

TEKNILLINEN KORKEAKOULU  
Elektroniikan, tietoliikenteen ja automaation tiedekunta

Toni Tuovinen

## OIKOSULKUMOOTTORIN KYLLÄSTYKSEN MALLINNUS

Diplomityö, joka on jätetty opinnäytteenä tarkastettavaksi diplomi-insinöörin  
tutkintoa varten Espoossa 28.01.2009

Työn valvoja:

Prof. Jorma Luomi

Työn ohjaaja:

Dos. Marko Hinkkanen

Tekijä: Toni Tuovinen

Työn nimi: Oikosulkumoottorin kyllästyksen mallinnus

Päivämäärä: 28.01.2009

Kieli: Suomi

Sivumäärä: 7+52

Tiedekunta: Elektroniikan, tietoliikenteen ja automaation tiedekunta

Professuuri: Tehoelektroniikka ja sähkökäytöt

Koodi: S-81

Valvoja: Prof. Jorma Luomi

Ohjaaja: Dos. Marko Hinkkanen

Tämä työ käsittelee oikosulkumoottorien induktanssien mallinnusta. Työn tavoitteena on kehittää simulointiin ja taajuusmuuttajakäyttöön soveltuvia häviöttömiä kyllästysmalleja, jotka ottavat huomioon päävuon ja roottorin hajavuon välisen keskinäisen kyllästyksen vaikutuksen magnetointi-induktanssiin ja roottorin hajainduktanssiin. Keskinäiskyllästyksen vaikutus on erityisen voimakasta moottoreissa, joissa on suljetut tai vinot roottoriurat. Ehdotetut mallit ovat yksinkertaisia ja fysikaalisesti järkeviä. Ehdotettua polynomimallia voidaan käyttää sovelluksissa, joissa halutaan suurta tarkkuutta. Ehdotettua potenssifunktiomallia voidaan käyttää sovelluksissa, joissa malli halutaan pitää lähes yhtä tarkkana kuin polynomimalli ja samalla mallin parametrien määrä halutaan pitää pienenä. Ehdotettua paloittain määriteltyä mallia voidaan käyttää sovelluksissa, joissa mallin kertaluku ja parametrien määrä halutaan pitää pienenä. Työssä esitetään menetelmät ehdotettujen mallien parametrien estimoinnille. Mallien parametrien estimoinnissa käytetään 2,2 kW:n ja 45 kW:n oikosulkumoottorien mitattua pysyvän tilan dataa sekä elementtimenetelmällä laskettua pysyvän tilan dataa. Mallien avulla estimoituja pysyvän tilan suureita verrataan sovituksessa käytettyihin referenssisuureisiin. Tulosten perusteella keskinäiskyllästyksen vaikutus magnetointi-induktanssiin ja roottorin hajainduktanssiin tarkastelluissa moottoreissa on varsin suuri, ja mallit ennustavat tämän vaikutuksen hyvin. Ehdotettuja malleja voidaan käyttää sovelluksissa, joissa induktanssit halutaan mallintaa mahdollisimman tarkasti, erityisesti jos keskinäiskyllästyksen vaikutus on suuri.

Avainsanat: Keskinäiskyllästyminen, kyllästyksmalli, moottorimalli, oikosulkumoottori, parametrien estimointi

Author: Toni Tuovinen

Title: Modeling of saturation in induction motors

Date: 28.01.2009

Language: Finnish

Number of pages: 7+52

Faculty: Faculty of Electronics, Communications and Automation

Professorship: Power electronics and electric drives

Code: S-81

Supervisor: Prof. Jorma Luomi

Instructor: Dr. Marko Hinkkanen

This thesis deals with modeling of inductances in induction motors. The aim of this thesis is to develop analytical, lossless saturation models for simulation purposes and frequency converter-fed drives. The proposed models should predict the saturation due to main and leakage flux interaction. The effect of this mutual saturation is particularly strong in motors with closed or skewed rotor slots. The proposed models are simple and physically reasonable. The proposed polynomial model can be used in applications where high accuracy is desirable. The proposed power function model can be used in applications where high accuracy is desirable and the number of free parameters should be low. The proposed piecewise-defined model can be used in applications where the order of the model and the number of free parameters should be low. Methods for obtaining the model parameters from steady-state quantities are proposed. The model parameters are identified for measured steady-state data and steady-state data obtained from finite element analysis of both 2,2-kW and 45-kW induction motors. The steady-state estimates obtained from the models are compared to the reference quantities used in the parameter identification. According to the results, the effect of the saturation due to main and leakage flux interaction on the magnetizing inductance and on the rotor leakage inductance is significant in the studied motors. The proposed models can be used in applications where high accuracy for the inductance model is required, particularly if the effect of the saturation due to main and leakage flux interaction is notable.

Keywords: Induction motor, motor model, mutual saturation, parameter estimation, saturation model

## Alkulause

Tämä diplomityö on tehty Teknillisen korkeakoulun Elektroniikan, tietoliikenteen ja automaation tiedekunnalle sähkökäyttöjen tutkimusryhmässä. Diplomityö on osa ABB Oy:n, High Speed Tech Oy:n, Kone Oyj:n ja TEKESin rahoittamaa IMMO-projektia.

Työn valvojana toimi professori Jorma Luomi, jota haluan kiittää asiantuntevista neuvoista ja erityisesti työn esitystapaan liittyvistä parannusehdotuksista. Työn ohjaajana toimi dosentti Marko Hinkkanen, jota haluan kiittää asiantuntevasta opastuksesta työn linjauksessa ja mittausten suorittamisessa.

Otaniemi, 28.1.2009

Toni Tuovinen

# Sisältö

Tiivistelmä	ii
Abstract	iii
Alkulause	iv
Sisällysluettelo	v
Symboliluettelo	vii
<b>1 Johdanto</b>	<b>1</b>
<b>2 Oikosulkumoottorimalli</b>	<b>3</b>
2.1 Avaruusvektorinotaatio . . . . .	3
2.2 T-sijaiskytkentä . . . . .	3
2.3 $\Gamma$ -sijaiskytkentä . . . . .	4
2.4 Koordinaatistomuunnokset . . . . .	6
2.5 Suhteellisarvot . . . . .	6
2.6 Magneettipiirin kyllästyminen ja resiprookkisuus . . . . .	7
<b>3 Kyllästysmallit</b>	<b>8</b>
3.1 Perinteiset kyllästysmallit . . . . .	8
3.1.1 Potenssifunktiomalli . . . . .	8
3.1.2 Polynomimalli . . . . .	9
3.1.3 Eksponenttifunktiomalli . . . . .	9
3.1.4 Arkustangenttimalli . . . . .	9
3.2 Ehdotettu polynomimalli . . . . .	10
3.3 Ehdotettu potenssifunktiomalli . . . . .	12
3.4 Paloittain määritelty malli . . . . .	13
<b>4 Sovitusmenetelmät</b>	<b>15</b>
4.1 Suora sovitus . . . . .	15
4.2 Epäsuora sovitus . . . . .	15
4.2.1 Tyhjäkäyntikokeet . . . . .	16
4.2.2 Kuormituskokeet . . . . .	17

4.3	Kustannusfunktioiden painotukset . . . . .	21
<b>5</b>	<b>Tulokset – suora sovitus</b>	<b>22</b>
5.1	2,2 kW:n moottori . . . . .	22
5.1.1	Polynomimalli . . . . .	22
5.1.2	Potenssifunktioimalli . . . . .	25
5.1.3	Paloittain määritelty malli . . . . .	27
5.2	45 kW:n moottori – potenssifunktioimalli . . . . .	28
<b>6</b>	<b>Tulokset – epäsuora sovitus</b>	<b>31</b>
6.1	2,2 kW:n moottori . . . . .	31
6.1.1	Elementtimenetelmä . . . . .	31
6.1.2	Kokeellinen data . . . . .	32
6.2	45 kW:n moottori . . . . .	37
6.2.1	Elementtimenetelmä . . . . .	37
6.2.2	Kokeellinen data . . . . .	39
6.3	Keskinäiskyllästyksen vaikutus mitattavissa oleviin pysyvän tilan suureisiin	40
<b>7</b>	<b>Epäsuoran sovitusmenetelmän käyttö</b>	<b>44</b>
7.1	Toimintapisteiden valinta . . . . .	44
7.2	Alkuarvojen ja painokertoimen valinta . . . . .	44
7.3	EkspONENTtien kiinnittäminen . . . . .	46
<b>8</b>	<b>Johtopäätökset</b>	<b>49</b>
	<b>Lähdeluettelo</b>	<b>51</b>

## Symboliluettelo

$i_m$	Magnetointivirta
$i_r$	Roottorivirta
$i_s$	Staattorivirta
$L_m$	Magnetointi-induktanssi
$L_r$	Roottori-induktanssi
$L_{r\sigma}$	Roottorin hajainduktanssi
$L_s$	Staattori-induktanssi
$L_{s\sigma}$	Staattorin hajainduktanssi
$p$	Moottorin napapariluku
$R_r$	Roottoriresistanssi
$R_s$	Staattoriresistanssi
$T_e$	Sähköinen vääntömomentti
$u_s$	Staattorijännite
$\psi_m$	Päävuo
$\psi_r$	Roottorivuo
$\psi_{r\sigma}$	Roottorin hajavuo
$\psi_s$	Staattorivuo
$\psi_{s\sigma}$	Staattorin hajavuo
$\omega_m$	Roottorin sähkökulmanopeus
$\omega_r$	Jättämäkulmataajuus
$\omega_s$	Staattorikulmataajuss

# 1 Johdanto

Oikosulkumoottoreita käytetään yleisesti teollisuudessa niiden yksinkertaisen rakenteen ja edullisuuden vuoksi. Yksinkertaisimmissa käytöissä moottori kytketään suoraan verkkojännitteeseen. Tällöin moottori on joko pois päältä tai pyörii verkkojännitteen ja kuorman määräämällä nopeudella. Tällaisessa järjestelmässä moottorin tekemää hyötytyötä voidaan muuttaa lähinnä vain kuormaa muuttamalla, esimerkiksi pumpuissa virtauksen voimakkuutta voidaan muuttaa kuristussäädöllä. Tämä ohjaustapa on hidas ja epätarkka, ja lisäksi hyötysuhde on huono; suuri osa moottorin tuottamasta tehosta kuluu kuristimessa lämmöksi.

Jos oikosulkumoottoria syötetään verkkojännitteen sijaan taajuusmuuttajalla, moottorin tekemää hyötytyötä voidaan ohjata muuttamalla syöttöjännitteen taajuutta ja amplitudia. Yleensä käytön energiahäviöt halutaan minimoida ja moottorin pyörimisnopeutta sekä vääntömomenttia halutaan ohjata mahdollisimman tarkasti. Taajuusmuuttajakäytössä nämä vaatimukset edellyttävät usein moottorin kuvaamista matemaattisella mallilla.

Sähkötekniikassa oikosulkumoottori kuvataan usein T-sijaiskytkennällä, joka koostuu magneettipiirin induktansseista sekä staattori- ja roottorikäämien resistansseista. Kun moottorin kuorma ja sijaiskytkennän parametrien arvot tunnetaan, moottorin pyörimisnopeus voidaan asettaa halutuksi muuttamalla syöttöjännitteen taajuutta ja amplitudia ilman, että nopeutta tarvitsee mitata. Tarkka vaste edellyttää sijaiskytkennän parametrien arvojen tuntemista mahdollisimman tarkasti.

Käytännössä oikosulkumoottorin sijaiskytkennän parametrien arvojen määrittäminen kokeellisesti on hankalaa, eivätkä arvot ole vakioita, vaan muuttuvat toimintapisteen ja -lämpötilan mukana. Resistanssien arvot muuttuvat moottorin lämpötilan muuttuessa ja virranahto roottorikäämityksessä muuttaa roottorin resistanssin ja hajainduktanssin arvoa. Lisäksi tyypillisessä käytössä oikosulkumoottorin magneettipiiri on voimakkaasti kyllästynyt, mikä vaikuttaa sijaiskytkennän induktansseihin. Koska päävuolla ja hajavoilla on yhteisiä kulkureittejä, magnetointi-induktanssi kyllästyy päävuon lisäksi myös kuorman funktiona ja hajainduktanssit päävuon funktiona. Tästä voidaan (tai virtojen) keskinäisestä vaikutuksesta käytetään termiä keskinäiskyllästys.

Moottorin magneettinen tila voidaan laskea esimerkiksi elementtimenetelmällä (Finite Element Method, FEM) tai reluktanssiverkolla (Magnetic Equivalent Circuit, MEC), kun moottorin kuorma, syöttöjännite ja käämien lämpötila tunnetaan. Tämän jälkeen toimintatilan tiedoista voidaan estimoida sijaiskytkennän parametrit. Toimintatilan laskeminen elementtimenetelmällä tai reluktanssiverkolla on kuitenkin varsin hidasta, eivätkä nämä menetelmät tästä johtuen sovellu sijaiskytkennän parametrien reaaliaikaiseen estimointiin. Eräs vaihtoehto on laskea valmiiksi joukko toimintapisteitä ja laatia näiden pisteiden pohjalta taulukko, joista parametrien arvot interpoloidaan. Laskettuihin pisteisiin voidaan myös sovittaa analyyttinen funktio. Kirjallisuusselvityksen perusteella kyllästystä on mallinnettu muun muassa potenssifunktioilla ja polynomifunktioilla, mutta keskinäiskyllästykseen huomioon ottavia



eksplisiittisiä funktioita ei ole esitetty.

Mukavuussyistä T-sijaiskytkennän magneettiipiiri mallinnetaan häviöttömänä ja pyörövirroista sekä hystereesistä aiheutuvat häviöt kuvataan magneettiipiirin ulkopuolella esimerkiksi rautahäviöresistansseilla. Magneettiipiiri on häviötön, jos se toteuttaa resiprookkisuusehdot. Mallinnettaessa sijaiskytkennän induktansseja eksplisiittisillä funktioilla on resiprookkisuusehdot otettava huomioon, jos mallin halutaan olevan fysikaalisesti järkevä. Yleisesti käytetyissä kyllästysmalleissa sijaiskytkennän induktanssit kyllästyvät vain oman virtansa tai vuonsa funktiona, yksinkertaisimmissa malleissa kyllästystä ei oteta lainkaan huomioon. Tällaiset mallit toteuttavat aina resiprookkisuusehdot, mutta keskinäiskyllästyksen poisjättäminen johtaa epätarkkaan vasteeseen ja mahdollisesti epästabiliuteen nopeusanturittomissa sovelluksissa. Eriytyisen tärkeää keskinäiskyllästyksen huomioon ottaminen on esimerkiksi ohjausalgoritmien suunnittelun tukena käytetyissä simulointimalleissa, joissa moottorimallin on jäljiteltävä todellisen moottorin ilmiöitä mahdollisimman tarkasti.

Tämän työn tavoite on kehittää simulointiin ja taajuusmuuttajakäyttöön soveltuvia oikosulkumoottorin induktanssien kyllästysmalleja, jotka ottavat huomioon päävuon ja roottorin hajavuon välisen keskinäiskyllästyksen vaikutuksen sekä resiprookkisuusehdot. Koska sijaiskytkennän parametreja ei päästä suoraan mittaamaan, lisätavoitteena on kehittää menetelmä ehdotettujen mallien parametrien estimoinnille mitattavissa olevista pysyvän tilan suureista. Työssä ei tarkastella signaaliinjektiomenetelmien soveltamista sijaiskytkennän parametrien estimoinnissa. Ehdotettujen mallien parametrit sovitetaan 2,2 kW:n ja 45 kW:n oikosulkumoottorien mitattuun pysyvän tilan dataan sekä elementtimenetelmällä laskettuun pysyvän tilan dataan. Ehdotettujen mallien hyvyttä ja keskinäiskyllästyksen merkitystä tutkitaan vertaamalla mallien avulla estimoituja pysyvän tilan suureita sovituksessa käytettyihin referenssisuureisiin.

Luvussa 2 esitetään kolmivaiheisen oikosulkumoottorin malli. Luvussa 3 tutustutaan yleisimmin käytössä oleviin kyllästysmalleihin ja esitetään uudet mallit, jotka ottavat keskinäiskyllästyksen ja resiprookkisuusehdot huomioon. Luvussa 4 esitetään suora menetelmä mallien parametrien estimoinnille, kun induktanssien arvot tunnetaan, sekä epäsuora menetelmä parametrien estimoinnille mitattavissa olevista pysyvän tilan suureista. Luvussa 5 käytetään esitettyä suoraa sovitusmenetelmää mallien parametrien estimointiin ja verrataan mallien ennustamia induktanssien arvoja elementtimenetelmällä laskettuihin induktanssien arvoihin. Luvussa 6 käytetään esitettyä epäsuoraa sovitusmenetelmää ehdotetun potenssifunktiomallin parametrien estimointiin ja verrataan mallin ennustamia staattorivirran arvoja mitattuihin staattorivirran arvoihin. Lisäksi tarkastellaan keskinäiskyllästyksen vaikutusta mallin ennustamaan vääntömomenttiin ja jättämäkulmataajuuteen. Luvussa 7 annetaan lyhyet ohjeet epäsuoran sovitusmenetelmän käyttöön, kun tarkasteltavasta moottorista ei ole käytössä a priori -tietoa esimerkiksi elementtimenetelmän perusteella. Luvussa 8 esitetään yhteenveto työn sisällöstä.

## 2 Oikosulkumoottorimalli

### 2.1 Avaruusvektorinotaatio

Kolmivaihejärjestelmien matemaattista tarkastelua voidaan yksinkertaistaa esittämällä jännitteet, virrat ja vuot avaruusvektoreina. Avaruusvektorinotaatiossa kolmen vaiheen suuret muunnetaan ekvivalentiksi kaksivaihejärjestelmäksi. Koska tässä muunnoksessa vapausasteiden määrä vähenee yhdellä, järjestelmässä mahdollisesti esiintyvät nollakomponentit tulee mallintaa erikseen. Yleensä kolmivaihejärjestelmät ovat kuitenkin nollajohdottomia, jolloin virtojen summa kullakin ajanhetkellä on nolla eikä nollakomponenttia esiinny.

Kolmen vaiheen jännitteet  $u_a$ ,  $u_b$  ja  $u_c$  voidaan korvata yhdellä kompleksiarvoisella avaruusvektorilla

$$\underline{u}(t) = \frac{2}{3} \left[ u_a(t) + e^{j\frac{2\pi}{3}} u_b(t) + e^{j\frac{4\pi}{3}} u_c(t) \right] = u_d(t) + ju_q(t), \quad (1)$$

missä  $u_d(t)$  on jännitteen avaruusvektorin reaaliosa ja  $u_q(t)$  on jännitteen avaruusvektorin imaginääriosaa. Reaaliarvoisia vektoreita käyttämällä jännitevektori saa muodon  $\mathbf{u}(t) = [u_d(t), u_q(t)]^T$ . Yläindeksi  $T$  tarkoittaa transpoosia. Vektorit esitetään pienillä, lihavoiduilla kirjaimilla ja matriisit isoilla, lihavoiduilla kirjaimilla.

### 2.2 T-sijaiskytkentä

Tahtikulmanopeudella  $\omega_s$  pyörivässä koordinaatistossa oikosulkumoottorin T-sijaiskytkennän jänniteyhälöt avaruusvektorien avulla esitettynä ovat

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} = \mathbf{u}_s - R_s \mathbf{i}_s - \omega_s \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_s \quad (2a)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt} = -R_r \mathbf{i}_r - \omega_r \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_r \quad (2b)$$

missä  $\mathbf{u}_s = [u_{sd}, u_{sq}]^T$  on staattorijännitevektori,  $\mathbf{i}_r = [i_{rd}, i_{rq}]^T$  on roottorivirtavektori,  $\mathbf{i}_s = [i_{sd}, i_{sq}]^T$  on staattorivirtavektori,  $\boldsymbol{\psi}_r = [\psi_{rd}, \psi_{rq}]^T$  on roottorin käämivuovektori ja  $\boldsymbol{\psi}_s = [\psi_{sd}, \psi_{sq}]^T$  on staattorin käämivuovektori.  $R_s$  on staattoriresistanssi,  $R_r$  on roottoriresistanssi, ja jättämäkulumataajuus  $\omega_r = \omega_s - \omega_m$ , missä  $\omega_m$  on roottorin sähkökulmanopeus. Rotaatiomatriisin  $\mathbf{J}$  määritelmä on

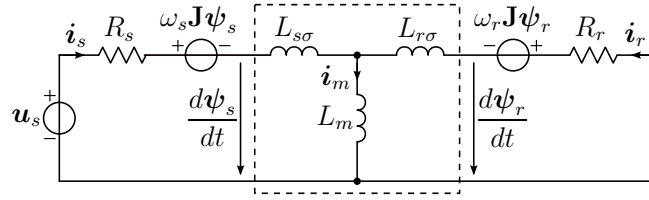
$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Matriisilla  $\mathbf{J}$  kertominen vastaa kompleksilukuesityksessä imaginääriyksiköllä  $j$  kertomista. Jatkossa käämivuota kutsutaan lyhyemmin vuoksi. T-sijaiskytkentä on esitetty kuvassa 1.

Staattorin ja roottorin vuovektorit ovat

$$\boldsymbol{\psi}_s = L_s \mathbf{i}_s + L_m \mathbf{i}_r \quad (4a)$$

$$\boldsymbol{\psi}_r = L_m \mathbf{i}_s + L_r \mathbf{i}_r \quad (4b)$$



Kuva 1: Oikosulkumoottorin dynaaminen T-sijaiskytkentä tahtikulmanopeudella  $\omega_s$  pyörivässä koordinaatistossa.  $\omega_r$  on jättämäkulmataajuus. Magneettiipiiri (katkoviivan sisällä) oletetaan häviöttömäksi.

missä  $L_m$  on magnetointi-induktanssi. Staattori-induktanssi on  $L_s = L_m + L_{s\sigma}$ , ja roottori-induktanssi on  $L_r = L_m + L_{r\sigma}$ , missä  $L_{s\sigma}$  on staattorin hajainduktanssi ja  $L_{r\sigma}$  on roottorin hajainduktanssi. Moottorin päävuovektori on

$$\boldsymbol{\psi}_m = L_m \boldsymbol{i}_m = L_m (\boldsymbol{i}_r + \boldsymbol{i}_s) \quad (5)$$

missä  $\boldsymbol{i}_m$  on magnetointivirtavektori. Moottorin sähköinen vääntömomentti on

$$T_e = \frac{3}{2} p \boldsymbol{i}_s^T \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_s = -\frac{3}{2} p \boldsymbol{i}_r^T \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_r \quad (6)$$

missä  $p$  on moottorin napapariluku. Mekaaninen teho on

$$P_m = \frac{\omega_m}{p} T_e \quad (7)$$

Tässä työssä jänniteyhtälöitä käsitellään pysyvässä tilassa, jolloin derivaattatermit katoavat ja jänniteyhtälöt voidaan kirjoittaa muodossa

$$R_s \boldsymbol{i}_s + \omega_s \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_s = \boldsymbol{u}_s \quad (8a)$$

$$R_r \boldsymbol{i}_r + \omega_r \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_r = 0 \quad (8b)$$

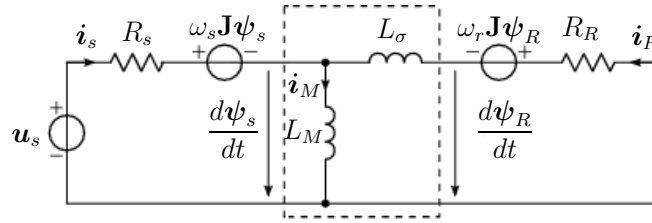
### 2.3 $\Gamma$ -sijaiskytkentä

Oikosulkumoottorin T-sijaiskytkennässä on tyypillisesti enemmän parametreja kuin käytännön tarve edellyttää. Sijaiskytkennän induktanssien identifiointi kokeellisesti on myös hankalaa. Tyypillisesti moottorista saadaan mitattua staattori-induktanssi  $L_s$  sekä hajainduktanssien summa  $L_{s\sigma} + L_{r\sigma}$ , mutta näitä ei voi eritellä yksikäsitteisesti (Davey 2007). Sijaiskytkentää voidaan yksinkertaistaa käyttämällä vain yhtä hajainduktanssia, joka redusoidaan joko staattori- tai roottoripuolelle.  $\Gamma$ -sijaiskytkennässä hajainduktanssi on redusoitu roottorin puolelle (Slemon 1989).  $\Gamma$ -sijaiskytkentä on esitetty kuvassa 2. Sijaiskytkennän muunnos ei vaikuta mallin tarkkuuteen.

Määritellään uudet roottoripuolen muuttujat

$$\boldsymbol{\psi}_R = b \boldsymbol{\psi}_r \quad (9a)$$

$$\boldsymbol{i}_R = \frac{\boldsymbol{i}_r}{b} \quad (9b)$$



Kuva 2: Oikosulkumoottorin dynaaminen  $\Gamma$ -sijaiskytkentä tahtikulmanopeudella  $\omega_s$  pyörivässä koordinaatistossa.  $\omega_r$  on jättämäkulmataajuus. Magneettiipiiri (katkoviivan sisällä) oletetaan häviöttömäksi.

Näillä muuttujilla staattorin vuoyhtälöksi tulee

$$\boldsymbol{\psi}_s = (L_m + L_{s\sigma})\mathbf{i}_s + bL_m\mathbf{i}_R \quad (10)$$

Kiinnittämällä vakio  $b$  siten että  $L_m + L_{s\sigma} = bL_m$  saadaan  $b = L_s/L_m$ . Uudeksi magnetointi-induktanssiksi tulee  $L_M = bL_m = L_s$ . Redusoitu roottorivuo voidaan esittää muodossa

$$\boldsymbol{\psi}_R = bL_m\mathbf{i}_s + b^2(L_m + L_{r\sigma})\mathbf{i}_R = L_M\mathbf{i}_s + (L_M + L_\sigma)\mathbf{i}_R, \quad (11)$$

missä roottoripuolelle redusoitu kokonaishajainduktanssi on  $L_\sigma = bL_{s\sigma} + b^2L_{r\sigma}$ . Roottorin jänniteyhtälö uusilla muuttujilla kirjoitettuna on

$$bR_r\mathbf{i}_R + \omega_r\mathbf{J}\frac{\boldsymbol{\psi}_R}{b} = 0 \quad (12)$$

jonka perusteella redusoiduksi roottoriresistanssiksi tulee

$$R_R = \left(\frac{L_s}{L_m}\right)^2 R_r = b^2 R_r \quad (13)$$

Jänniteyhtälöt saavat muodon

$$R_s\mathbf{i}_s + \omega_s\mathbf{J}\boldsymbol{\psi}_s = \mathbf{u}_s \quad (14a)$$

$$R_R\mathbf{i}_R + \omega_r\mathbf{J}\boldsymbol{\psi}_R = 0 \quad (14b)$$

ja vuoyhtälöt ovat

$$\boldsymbol{\psi}_s = L_M\mathbf{i}_s + L_M\mathbf{i}_R \quad (15a)$$

$$\boldsymbol{\psi}_R = L_M\mathbf{i}_s + (L_M + L_\sigma)\mathbf{i}_R \quad (15b)$$

Moottorin sähköinen vääntömomentti on

$$T_e = \frac{3}{2}p\mathbf{i}_s^T\mathbf{J}\boldsymbol{\psi}_s = -\frac{3}{2}p\mathbf{i}_R^T\mathbf{J}\boldsymbol{\psi}_R \quad (16)$$

## 2.4 Koordinaatistomuunnokset

Toisinaan laskujen yksinkertaistamiseksi jänniteyhtälöt on hyvä esittää sopivasti valitussa koordinaatistossa, jossa jokin haluttu komponentti katoaa. Eräs yleisesti käytetty koordinaatisto on roottorivuokoordinaatisto, missä roottorivuovektorin  $q$ -komponentti  $\psi_{rq}^r = 0$ . Yläindeksi  $r$  osoittaa, että suure on esitetty roottorivuokoordinaatistossa. Tässä työssä käytetään lisäksi päävuokoordinaatistoa, jossa päävuovektorin  $q$ -komponentti on nolla. Tätä koordinaatistoa merkitään yläindeksillä  $m$ . Ellei toisin mainita, yläindeksitön koordinaatisto on mielivaltainen, tahtikulmanopeudella pyörivä koordinaatisto.

Roottorivuokoordinaatistoon päästään kiertämällä järjestelmän suureet rotaatiomatriisilla  $\Theta$ , joka toteuttaa yhtälön

$$\begin{bmatrix} \psi_{rd}^r \\ 0 \end{bmatrix} = \Theta \begin{bmatrix} \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} \quad (17)$$

missä  $\theta$  on koordinaatistojen välinen kulma. Esimerkiksi staattorijännite roottorivuokoordinaatistossa on

$$\begin{bmatrix} u_{sd}^r \\ u_{sq}^r \end{bmatrix} = \Theta \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Roottorivuokoordinaatistosta päästään takaisin alkuperäiseen koordinaatistoon muunnoksella

$$\begin{bmatrix} \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \Theta^{-1} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Jänniteyhtälöt ovat näissä koordinaatistoissa samat kuin (2). Virrat, jännitteet ja vuot tulee vain korvata haluttuun koordinaatistoon muunnetuilla arvoilla.

## 2.5 Suhteellisarvot

Oikosulkumoottoreita valmistetaan muutaman sadan watin teholuokasta aina megawattien teholuokkaan asti. Moottoreiden syöttöjännite voi myös vaihdella, moottorista riippuen, sadoista volteista aina useisiin kilovoltteihin. Moottorin koon ja nimellijännitteen mukana muuttuvat myös sijaiskytkennän resistanssien ja induktanssien arvot. Eri teholuokkien moottoreiden välisen vertailun helpottamiseksi olisi lukuarvot jotenkin yhdenmukaistettava. Tähän päästään suhteellisarvoskaalauksella, jossa jännitteet, virrat ja tehot ovat tyypillisesti suuruusluokaltaan 1. Suhteellisarvoilla ilmaistuna oikosulkumoottorin resistanssit ovat yleensä välillä 0,01 – 0,1 ja induktanssit ovat yleensä välillä 0,2 – 3 (Harnefors 2003). Suhteellisarvojärjestelmän tunnuksena on lukuarvon perässä oleva lyhenne p.u. (per-unit).

Tässä työssä suhteellisarvojärjestelmän perusarvoiksi on valittu nimellisen vaihejännitteen huippuarvo,  $U_B = \sqrt{2/3}U_N$ , nimellisen virran huippuarvo,  $I_B = \sqrt{2}I_N$ , ja nimellinen kulmataajuus,  $\omega_B = 2\pi f_N$ . Impedanssin perusarvoksi saadaan  $Z_B = U_B/I_B$  ja induktanssin perusarvoksi  $L_B = Z_B/\omega_B$ . Suhteellisarvoilla ilmaistuna moottorin

sähköinen vääntömomentti ja mekaaninen teho ovat

$$T_e = \mathbf{i}_s^T \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_s = \frac{L_m}{L_r} \mathbf{i}_s^T \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_r = -\mathbf{i}_r^T \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_r \quad (20a)$$

$$P_m = \omega_m T_e \quad (20b)$$

Siirryttäessä dimensiollisista yksiköistä suhteellisarvoihin jänniteyhtälöiden (8) muoto ei muutu.

## 2.6 Magneettiipiirin kyllästyminen ja resiprookkisuus

Oikosulkumoottorin magneettiipiiri on tyypillisessä käytössä voimakkaasti magneettisesti kyllästynyt. Kyllästymisen vuoksi sijaiskytkennän induktanssien arvot muuttuvat toimintapisteen muuttuessa. Päävuon kasvaessa päävuon magneettiipiirin suhteellinen permeabiliteetti pienenee ja samalla magnetointi-induktanssi pienenee. Kuormituksen kasvaessa hajavuot kasvavat ja hajainduktanssit pienenevät. Koska päävuolla ja hajavoilla on yhteisiä kulkureittejä, hajainduktanssit kyllästyvät myös päävuon funktiona ja magnetointi-induktanssi kuormavirran funktiona. Tämä voidaan välinen keskinäiskyllästys on erityisen voimakasta moottoreissa, joissa on suljetut tai vinot roottoriurat (Yahiaoui ja Bouillault 1995; Gerada ym. 2007; Hinkkanen ym. 2006). Sijaiskytkennän resistanssien ja induktanssien arvot muuttuvat myös lämpötilan muutoksen ja virranahdon vaikutuksesta, mutta näitä ilmiöitä ei tässä työssä käsitellä.

Käytännön syistä sijaiskytkennän induktanssit oletetaan häviöttömiksi ja pyörrevirroista sekä hystereesistä aiheutuvat häviöt mallinnetaan magneettiipiirin ulkopuolelle sijoitettavilla rautahäviöresistansseilla. Jotta magneettiipiiri olisi häviötön, tulee voiden toteuttaa resiprookkisusehdot (Chua 1980; Hinkkanen ym. 2007):

$$\frac{\partial \psi_m}{\partial i_s} = \frac{\partial \psi_{s\sigma}}{\partial i_m}, \quad \frac{\partial \psi_m}{\partial i_r} = \frac{\partial \psi_{r\sigma}}{\partial i_m}, \quad \frac{\partial \psi_{r\sigma}}{\partial i_s} = \frac{\partial \psi_{s\sigma}}{\partial i_r}, \quad (21)$$

missä  $i_m = \|\mathbf{i}_m\|$ ,  $i_r = \|\mathbf{i}_r\|$ ,  $i_s = \|\mathbf{i}_s\|$ ,  $\psi_m = \|\boldsymbol{\psi}_m\|$ ,  $\psi_{r\sigma} = \|\boldsymbol{\psi}_{r\sigma}\|$  ja  $\psi_{s\sigma} = \|\boldsymbol{\psi}_{s\sigma}\|$ .

Tavanomaisessa ohjatussa käytössä oikosulkumoottoria säädetään toiminta-alueella, jossa staattorin hajainduktanssi muuttuu yleensä vain vähän toimintapisteen muuttuessa (Hinkkanen ym. 2006), joten staattorin hajainduktanssi oletetaan tässä työssä vakioksi. Kun staattorin hajainduktanssi on vakio, vain resiprookkisusehto

$$\frac{\partial \psi_m}{\partial i_r} = \frac{\partial \psi_{r\sigma}}{\partial i_m} \quad (22)$$

tulee ottaa huomioon etsittäessä analyttistä kyllästysmallia magnetointi-induktanssille ja roottorin hajainduktanssille. Tämä ehto on yhtäpitävä ehdon

$$\frac{\partial i_r}{\partial \psi_m} = \frac{\partial i_m}{\partial \psi_{r\sigma}} \quad (23)$$

kanssa.

## 3 Kyllästysmallit

### 3.1 Perinteiset kyllästysmallit

Yleisimmin käytössä olevissa kyllästysmalleissa magnetointi-induktanssi riippuu vain magnetointivirran tai päävuon itseisarvosta,

$$L_m(\psi_m) = \frac{\psi_m}{i_m(\psi_m)} \quad \text{tai} \quad L_m(i_m) = \frac{\psi_m(i_m)}{i_m} \quad (24)$$

Magneettipiirin kyllästyessä virta kasvaa yhä voimakkaammin vuon funktiona, joten mallinnettaessa magnetointivirtaa päävuon funktiona voidaan käyttää yksinkertaisia potenssifunktioita (de Jong 1980; Klaes 1993), polynomifunktioita (Kerkman 1985; Melkebeek ja Willems 1990; Sudhoff ym. 2003) tai eksponenttifunktioita. Hieman monimutkaisemmat funktiot voivat sisältää esimerkiksi juurenottoa (Sullivan ja Sanders 1995).

Vuon mallintaminen virran funktiona ei onnistu yhtä suoraviivaisesti, jos mallin halutaan olevan fysikaalisesti järkevä kaikilla virran arvoilla. Polynomimallissa korkein potenssi määrää funktion käyttäytymisen suurilla muuttujan arvoilla, joten suurella virran arvoilla vuo lähtisi lähestymään voimakkaasti positiivista tai negatiivista äärettömyyttä. Jotta vuo saataisiin käyttäytymään fysikaalisesti kaikilla virran arvoilla, polynomifunktiot on korvattava polynomien rationaalifunktiolla (Sudhoff ym. 2003) tai malliin on lisättävä juurenotto. Vastaava laajennus pätee myös potenssifunktiolle. Jos mallina käytetään eksponenttifunktiota, juurenoton vaihtoehtona on käytettävä logaritmifunktiota, jotta malli pysyisi fysikaalisena suurilla vuon arvoilla.

Seuraavat kohdat esittävät lyhyesti eräitä käytössä olevia tapoja mallintaa oikosulkumoottorin magnetointi-induktanssi päävuon tai magnetointivirran funktiona. Samoja malleja voidaan käyttää myös hajainduktanssien mallintamiseen hajavuon tai induktanssin läpi kulkevan virran funktiona. Koska perinteisissä kyllästysmalleissa induktanssit ovat vain oman virtansa tai vuonsa funktioita, nämä mallit toteuttavat aina resiprookkisuusehdot (21).

#### 3.1.1 Potenssifunktiomalli

Yksinkertaisimmassa potenssifunktiomallissa magnetointivirta voidaan mallintaa päävuon funktiona kolmella parametrilla (de Jong 1980),

$$i_m(\psi_m) = \frac{\psi_m}{L_{mu}} (1 + \alpha \psi_m^a) \quad (25)$$

Yhtälöstä (25) saadaan magnetointi-induktanssiksi

$$L_m(\psi_m) = \frac{L_{mu}}{1 + \alpha \psi_m^a} \quad (26)$$

missä  $L_{mu}$  on induktanssin kyllästymätön arvo ja  $a$  kyllästyksen voimakkuus. Kirjoittamalla parametri  $\alpha$  muodossa  $\alpha = \psi_{m\Delta}^{-a}$  saadaan parametrille  $\alpha$  tulkinta:  $\alpha$  edustaa vuon arvoa  $\psi_{m\Delta}$ , jolla induktanssi on puolet kyllästymättömästä arvostaan.

Mallissa (25) induktanssin arvo suurilla vuon arvoilla lähestyy rajatta nollaa. Jos induktanssin halutaan lähestyvän nolasta poikkeavaa vakioarvoa, malliin voidaan lisätä täysin kyllästyneen piirin induktanssi  $L_\infty$  (Klaes 1993),

$$L_m(\psi_m) = \frac{L_{mu} - L_\infty}{1 + \alpha\psi_m^a} + L_\infty \quad (27)$$

### 3.1.2 Polynomimalli

Polynomimallissa (Sudhoff ym. 2003) magnetointivirta mallinnetaan päävuon funktiona symmetrisellä rationaalipolynomifunktiolla,

$$i_m(\psi_m) = \frac{\sum_{i=0}^{O_a} a_i(\psi_m^2)^i}{\sum_{j=0}^{O_b} b_j(\psi_m^2)^j} \psi_m \quad (28)$$

missä  $O_a$  on osoittajapolynomien kertaluku,  $O_b$  on nimittäjäpolynomien kertaluku ja mallin parametrien lukumäärä on  $O_a + O_b$ . Magnetointi-induktanssiksi saadaan

$$L_m(\psi_m) = \frac{\sum_{j=0}^{O_b} b_j(\psi_m^2)^j}{\sum_{i=0}^{O_a} a_i(\psi_m^2)^i} \quad (29)$$

Jotta induktanssi pysyisi äärellisenä suurilla päävuon arvoilla, yhtälössä (28) osoittajapolynomien kertaluvun  $O_a$  on oltava vähintään yhtä suuri kuin nimittäjäpolynomien kertaluku  $O_b$ . Mallia (28) voidaan käyttää myös mallinnettaessa päävuota magnetointivirran funktiona. Tällöin osoittaja- ja nimittäjäpolynomien tulee olla samaa kertalukua, jotta vuo kasvaisi lineaarisesti virran funktiona suurilla virran arvoilla.

### 3.1.3 Eksponenttifunktiomalli

Eksponenttifunktiomallissa (Ruff ja Grotstollen 1993) magnetointi-induktanssi mallinnetaan viiden parametrin avulla magnetointivirran funktiona muodossa

$$L_m(i_m) = L_a e^{ai_m} + L_b e^{bi_m} + L_c \quad (30)$$

missä eksponentit  $a$  ja  $b$  ovat negatiivisia ja kerroin  $L_b$  on negatiivinen.  $L_c$  on induktanssin arvo magneettipiirin ollessa täysin kyllästynyt. Termi  $L_b e^{bi_m}$  mallintaa induktanssin kasvamisen pienillä vuon arvoilla. Jos induktanssin käyttäytymisestä pienillä vuon arvoilla ei olla kiinnostuneita, kyseinen termi voidaan jättää mallista pois.

### 3.1.4 Arkustangenttimalli

Arkustangenttimallissa (Corzine ym. 1998) magnetointivirta on (lähes) lineaarinen päävuon funktio sekä pienillä päävuon itseisarvoilla että magneettipiirin ollessa voimakkaasti kyllästynyt. Näiden kahden lineaarisen alueen välillä on epälineaarinen



siirtymäalue. Magnetointivirta päävuon funktiona on

$$i_m(\psi_m) = \frac{M_f - M_i}{\pi} \{(\psi_m - \psi_t) \arctan[(\tau_t(\psi_m - \psi_t))] - \psi_t \arctan(\tau_t \psi_t)\} + \frac{M_f - M_i}{2\pi\tau_t} \{\ln(1 + \tau_t^2 \psi_t^2) - \ln[1 + \tau_t^2(\psi_m - \psi_t)^2]\} + \frac{M_f + M_i}{2} \psi_m \quad (31)$$

missä  $M_i$  on käyrän alkuosan kulmakerroin,  $M_f$  on käyrän loppuosan kulmakerroin,  $\psi_t$  on siirtymäpiste alkupään ja loppupään lineaaristen alueiden välillä ja  $\tau_t$  kuvaa siirtymän voimakkuutta. Vastaavaa mallia voidaan käyttää kuvattaessa päävuota magnetointivirran funktiona. Malliin voidaan lisätä keskinäiskyllästyksen vaikutus antamalla parametrien  $\psi_t$  ja  $\tau_t$  olla päävuon ja roottorin hajavuon funktioita (Dannerer ym. 2008).

Kun siirtymän voimakkuutta kuvaava parametri  $\tau_t$  on suuri, erikoistapauksena saadaan malli, jossa epälineaarinen siirtymäalue häviää ja kyllästyminen mallinnetaan kahdella suoralla. Kahdesta suorasta toinen kuvaa vuota virran funktiona kyllästyttömällä alueella, toinen suora kuvaa vuota virran funktiona kyllästyneellä alueella. Joissakin sovelluksissa näinkin yksinkertainen malli saattaa olla riittävä (Lorenz ja Novotny 1990).

### 3.2 Ehdotettu polynomimalli

Jotta yksinkertaisia potenssi- ja polynomifunktioita voisi käyttää keskinäiskyllästyksen mallinnuksessa, tässä työssä lähestymistapa on mallintaa virrat  $i_m$  ja  $i_r$  voiden  $\psi_m$  ja  $\psi_{r\sigma}$  funktioina muodossa

$$i_m = \psi_m f(\psi_m, \psi_{r\sigma}) \quad (32a)$$

$$i_r = \psi_{r\sigma} g(\psi_m, \psi_{r\sigma}) \quad (32b)$$

missä  $f(\psi_m, \psi_{r\sigma})$  ja  $g(\psi_m, \psi_{r\sigma})$  ovat toistaiseksi tuntemattomia funktioita, jotka riippuvat vain voiden itseisarvoista. Magnetointivirta on oletettu yhdensuuntaiseksi päävuon kanssa ja roottorivirta on oletettu yhdensuuntaiseksi roottorin hajavuon kanssa. Tällä esitystavalla induktansseiksi saadaan

$$L_m(\psi_m, \psi_{r\sigma}) = \frac{1}{f(\psi_m, \psi_{r\sigma})} \quad (33a)$$

$$L_{r\sigma}(\psi_m, \psi_{r\sigma}) = \frac{1}{g(\psi_m, \psi_{r\sigma})} \quad (33b)$$

Eksaktien ratkaisujen etsimisen sijaan esitetään funktiot  $f$  ja  $g$  Taylorin polynomien avulla, joihin on otettu mukaan termit kertalukuun  $n$  saakka. Magnetointi- ja roottorivirran itseisarvot polynomeilla esitettynä ovat

$$i_m = \psi_m \left( a_{1,1} + a_{1,2}\psi_m + a_{2,1}\psi_{r\sigma} + \cdots + a_{1,n+1}\psi_m^n + a_{2,n}\psi_m^{n-1}\psi_{r\sigma} + \cdots + a_{n,1}\psi_{r\sigma}^n \right) \quad (34a)$$

$$i_r = \psi_{r\sigma} \left( b_{1,1} + b_{1,2}\psi_{r\sigma} + b_{2,1}\psi_m + \cdots + b_{1,n+1}\psi_{r\sigma}^n + b_{2,n}\psi_{r\sigma}^{n-1}\psi_m + \cdots + b_{n,1}\psi_m^n \right) \quad (34b)$$

Tämä voidaan kirjoittaa havainnollisemmin matriisimuodossa,

$$i_m = \begin{bmatrix} 1 & \psi_{r\sigma} & \cdots & \psi_{r\sigma}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n+1} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n+1,1} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_m \\ \psi_m^2 \\ \vdots \\ \psi_m^{n+1} \end{bmatrix} = \mathbf{\Psi}_{r\sigma}^T \mathbf{A} \mathbf{\Psi}_m \psi_m \quad (35a)$$

$$i_r = \begin{bmatrix} 1 & \psi_m & \cdots & \psi_m^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \cdots & b_{1,n+1} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n+1,1} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{r\sigma} \\ \psi_{r\sigma}^2 \\ \vdots \\ \psi_{r\sigma}^{n+1} \end{bmatrix} = \mathbf{\Psi}_m^T \mathbf{B} \mathbf{\Psi}_{r\sigma} \psi_{r\sigma} \quad (35b)$$

missä  $\mathbf{\Psi}_{r\sigma} = [1 \ \psi_{r\sigma} \ \cdots \ \psi_{r\sigma}^n]^T$  ja  $\mathbf{\Psi}_m = [1 \ \psi_m \ \cdots \ \psi_m^n]^T$ . Derivaatat on kuitenkin kätevämpi laskea summamuotoisesta esityksestä,

$$i_m = \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{n+2-i} a_{i,j} \psi_{r\sigma}^{i-1} \psi_m^j, \quad i_r = \sum_{k=1}^{n+1} \sum_{l=1}^{n+2-k} b_{k,l} \psi_m^{k-1} \psi_{r\sigma}^l \quad (36)$$

Derivoimalla magnetointivirran itseisarvo roottorin hajavuon itseisarvon suhteen ja roottorivirran itseisarvo päävuon itseisarvon suhteen saadaan

$$\frac{\partial i_m}{\partial \psi_{r\sigma}} = \sum_{i=2}^{n+1} \sum_{j=1}^{n+2-i} (i-1) a_{i,j} \psi_{r\sigma}^{i-2} \psi_m^j \quad (37a)$$

$$\frac{\partial i_r}{\partial \psi_m} = \sum_{k=2}^{n+1} \sum_{l=1}^{n+2-k} (k-1) b_{k,l} \psi_m^{k-2} \psi_{r\sigma}^l \quad (37b)$$

Resiprookkisuusehdon (23) perusteella yhtälöt (37a) ja (37b) ovat yhtäsuuret,

$$\sum_{i=2}^{n+1} \sum_{j=1}^{n+2-i} (i-1) a_{i,j} \psi_{r\sigma}^{i-2} \psi_m^j = \sum_{k=2}^{n+1} \sum_{l=1}^{n+2-k} (k-1) b_{k,l} \psi_m^{k-2} \psi_{r\sigma}^l \quad (38)$$

Yhtälön (38) on oltava voimassa kaikilla voidaan  $\psi_m$  ja  $\psi_{r\sigma}$  arvoilla. Tämä asettaa sidosehtoja indekseille  $\{i, j, k, l\}$  ja kertoimille  $\{a_{i,j}, b_{k,l}\}$ . Kertoimet  $a_{1,j}$  ja  $b_{i,l}$  ovat toisistaan riippumattomia; derivoitaessa magnetointivirran itseisarvoa roottorin hajavuon itseisarvon suhteen ja roottorivirran itseisarvoa päävuon itseisarvon suhteen ovat termit  $a_{1,j}$  ja  $b_{i,l}$  vakiota eivätkä tuota sidosehtoja.

Kertoimet  $a_{2,j}$  ja  $b_{2,l}$  ovat resiprookkisuusehdon perusteella 0, sillä muutoin yhtälön (38) vasemmalla puolella roottorin hajavuon pienin eksponentti olisi  $-1$  ja oikealla puolella 1. Samaten oikealla puolella päävuon pienin eksponentti olisi  $-1$  ja vasemmalla 1. Lopuille termeille ( $i \geq 3$  ja  $k \geq 3$ ) vaatimus eksponenttien ekvivalenssista yhtälön (38) vasemmalla ja oikealla puolella asettaa ehdot  $l = i - 2$  ja  $j = k - 2$ , joista seuraa sidosehto kertoimille  $\{a_{i,j}, b_{k,l}\}$ :

$$b_{k,l} = a_{l+2,k-2}(l+1)/(k-1) \quad (39)$$

Kuten esitystavasta (35) nähdään, matriisien oikean alakolmion alkiot (eli termit, joissa  $k + l$  tai  $i + j \geq n + 3$ ) ovat 0.

Kun Taylorin polynomeja käytetään induktanssien mallinnuksessa, ongelmaksi muodostuu vapaiden kertoimien suuri määrä. Ilman resiprookkisuuusehtoa vapaiden kertoimien määrä on  $n(n + 3) + 2$ . Resiprookkisuuusehdon kanssa vapaiden kertoimien määrä on  $n(n + 3)/2 + 2$ . Jos induktansseja halutaan mallintaa esimerkiksi kertaluvun 12 resiprookkisella polynomilla, sovitettavien kertoimien määrä on 92, mikä useissa sovelluksissa on aivan liian suuri määrä. Sovitus kestää kauan, ja mittauksia on suoritettava vähintään 92 eri toimintapisteessä. Onneksi yleensä vain muutama potenssi polynomeissa (34a) ja (34b) dominoi virtojen käyttäytymistä ja suuri osa kertoimista voidaan approksimoida nolaksi ilman suurta menetystä mallin tarkkuudessa.

### 3.3 Ehdotettu potenssifunktioimalli

Eräs keino ylimääräisten potenssitermien poistamiseksi polynomimallista on ensin sovittaa kaikki kertaluvun edellyttämät kertoimet ja etsiä haluttu määrä dominoivia kertoimia, jonka jälkeen loput kertoimet asetetaan nolaksi. Tämän jälkeen dominoivat kertoimet sovitetaan uudestaan. Tämä on kuitenkin työläs operaatio. Nopeampi menetelmä on asettaa haluttu määrä dominoivia potenssitermejä ja tämän jälkeen sovittaa sekä näiden termien kertoimet että eksponentit.

Yksinkertaisimmillaan yhtälön (32) funktioissa  $f$  ja  $g$  on yksi vakiotermi ja kaksi potenssitermiä, joista toinen kyllästyy vain induktanssin oman vuon funktiona ja toinen ottaa keskinäiskyllästyksen huomioon. Vakiotermin on oltava mukana, jotta yhtälön (33) mukaiset induktanssit olisivat äärellisiä voiden ollessa 0. Tällä lähestymistavalla funktioiksi  $f$  ja  $g$  saadaan

$$f(\psi_m, \psi_{r\sigma}) = \alpha_0 + \alpha_1 \psi_m^a + \alpha_2 \psi_m^c \psi_{r\sigma}^d \quad (40a)$$

$$g(\psi_m, \psi_{r\sigma}) = \beta_0 + \beta_1 \psi_{r\sigma}^b + \beta_2 \psi_m^g \psi_{r\sigma}^h \quad (40b)$$

Sijoittamalla nämä yhtälöön (32) ja ratkaisemalla derivaatat saadaan resiprookkisuuusehdon (23) nojalla  $g = c + 2$ ,  $h = d - 2$  ja  $\beta_2 = \alpha_2 d / (c + 2)$ . Määritellään  $\alpha_0 = 1/L_{mu}$  ja  $\beta_0 = 1/L_{r\sigma u}$ , jolloin

$$f(\psi_m, \psi_{r\sigma}) = \frac{1}{L_{mu}} (1 + \alpha_1 L_{mu} \psi_m^a + \alpha_2 L_{mu} \psi_m^c \psi_{r\sigma}^d) \quad (41a)$$

$$g(\psi_m, \psi_{r\sigma}) = \frac{1}{L_{r\sigma u}} \left( 1 + \beta_1 L_{r\sigma u} \psi_{r\sigma}^b + \frac{\alpha_2 d}{c + 2} L_{r\sigma u} \psi_m^{c+2} \psi_{r\sigma}^{d-2} \right) \quad (41b)$$

Suoritetaan muuttujanvaihdot  $\alpha_1 L_{mu} \rightarrow \alpha$ ,  $\beta_1 L_{r\sigma u} \rightarrow \beta$ ,  $d \rightarrow d+2$  ja  $\alpha_2 \rightarrow \gamma / (d+2)$ , jolloin mallin ennustamat magnetointi- ja roottorivirrat ovat

$$\mathbf{i}_m = \frac{\psi_m}{L_{mu}} \left( 1 + \alpha \psi_m^a + \frac{\gamma L_{mu}}{d + 2} \psi_m^c \psi_{r\sigma}^{d+2} \right) \quad (42a)$$

$$\mathbf{i}_r = \frac{\psi_{r\sigma}}{L_{r\sigma u}} \left( 1 + \beta \psi_{r\sigma}^b + \frac{\gamma L_{r\sigma u}}{c + 2} \psi_m^{c+2} \psi_{r\sigma}^d \right) \quad (42b)$$

Yhtälön (33) perusteella mallin ennustamiseksi induktansseiksi saadaan

$$L_m(\psi_m, \psi_{r\sigma}) = \frac{L_{mu}}{1 + \alpha\psi_m^a + \frac{\gamma L_{mu}}{d+2}\psi_m^c\psi_{r\sigma}^{d+2}} \quad (43a)$$

$$L_{r\sigma}(\psi_m, \psi_{r\sigma}) = \frac{L_{r\sigma u}}{1 + \beta\psi_{r\sigma}^b + \frac{\gamma L_{r\sigma u}}{c+2}\psi_m^{c+2}\psi_{r\sigma}^d} \quad (43b)$$

missä  $L_{mu}$  voidaan tulkita magnetointi-induktanssin kyllästymättömäksi arvoksi ja  $L_{r\sigma u}$  roottorin hajainduktanssin kyllästymättömäksi arvoksi. Koska induktanssien halutaan olevan äärellisiä, positiivisia ja aidosti väheneviä voidaan funktioita, saadaan parametreille ehdoiksi  $\{L_{mu}, L_{r\sigma u}, \alpha, \beta, \gamma\} \geq 0$  ja  $\{a, b, c, d\} \geq 0$ . Jos tarkasteltavassa moottorissa ei keskinäiskyllästystä esiinny, parametri  $\gamma = 0$  ja malli on identtisesti de Jongin malli (de Jong 1980).

Funktiot (42) ovat muotoa (Vagati ym. 2000)

$$i_m(\psi_m, \psi_{r\sigma}) = i'_m(\psi_m) + \frac{dF(\psi_m)}{d\psi_m}G(\psi_{r\sigma}) \quad (44a)$$

$$i_r(\psi_m, \psi_{r\sigma}) = i'_r(\psi_{r\sigma}) + F(\psi_m)\frac{dG(\psi_{r\sigma})}{d\psi_{r\sigma}} \quad (44b)$$

missä muotoa (25) oleva funktio on sijoitettu funktioiksi  $i'_m(\psi_m)$  ja  $i'_r(\psi_{r\sigma})$ . Mui-takin funktiomuotoja voidaan käyttää rikkomatta resiprookkisuusehtoa. Funktiot  $F(\psi_m)$  ja  $G(\psi_{r\sigma})$  kuvaavat keskinäiskyllästetyksen osuutta magneettikentän kokonai-senergiassa,

$$W(\psi_m, \psi_{r\sigma}) = W_1(\psi_m) + W_2(\psi_{r\sigma}) + F(\psi_m)G(\psi_{r\sigma}) \quad (45)$$

### 3.4 Paloittain määritelty malli

Reaaliaikaisessa järjestelmässä käytettävän mallin halutaan yleensä olevan mahdol-lisimman yksinkertainen. Esimerkiksi potenssilaskujen toteuttaminen saattaa olla hankalaa ja hidasta, joten on suotavaa, että mallin (42) eksponentit ovat pieniä ja mielellään kokonaislukuja tai puolikokonaislukuja. Lisäksi käytettävän mallin vapai-den parametrien määrä halutaan yleensä pitää pienenä.

Tarkastelluille 2,2 kW:n ja 45 kW:n moottoreille saatiin parametrien  $\{b, c, d\}$  ar-voiksi:  $b = 0,5 \dots 1,0$ ,  $c = 1,0$  ja  $d = 0 \dots 0,5$ . Eksponentille  $a$  puolestaan saatiin  $a \geq 7$ . Tulosten perusteella parametrit  $\{b, c, d\}$  ovat valmiiksi pieniä ja näyttävät muuttuvan vain vähän moottorin nimellistehon kasvaessa, joten mallin vapaiden pa-rametrien vähentämiseksi kiinnitetään  $b = 1$ ,  $c = 1$  ja  $d = 0$ . Eksponenttia  $a$  ei voi suoraan kiinnittää arvoon 1 tai 2, sillä tämän jälkeen malli olisi tarkka vain pie-nehköllä alueella jonkin halutun toimintapisteen ympäristössä. Tällöin tarvittaisiin parametreille joukko erilaisia arvoja, jos moottorin halutaan toimivan optimaalisesti laajalla alueella.

Tarkastellaan termin  $\alpha\psi_m^a$  vaikutusta magnetointi-induktanssiin yhtälössä (42a) ver-rattuna vakiotermiin 1. Arvo 7 on käytännössä havaittu parametrin  $a$  alarajaksi ja

arvo 1 parametrin  $\alpha$  ylärajaksi (de Jong 1980). Näillä parametrien arvoilla termin  $\alpha\psi_m^a$  vaikutus magnetointi-induktanssiin on viisi prosenttia kun  $\psi_m = 0,652$  p.u. Yksinkertaistetaan mallia jättämällä tämä termi pois mallista pienillä päävuon arvoilla, jolloin magnetointivirtaa kuvaava malli on

$$\mathbf{i}_m = \frac{\psi_m}{L_{mu}} \left( 1 + \frac{\gamma L_{mu}}{2} \psi_m \psi_{r\sigma}^2 \right) \quad (46)$$

Suurilla päävuon arvoilla termi  $\alpha\psi_m^a$  korvataan toisen asteen polynomilla  $c\psi_m + d\psi_m^2$ . Toiseksi magnetointivirran malliksi saadaan

$$\mathbf{i}_m = \frac{\psi_m}{L_{m1}} \left( 1 + \delta_1 \psi_m + \delta_2 \psi_m^2 + \frac{\delta_3 L_{m1}}{2} \psi_m \psi_{r\sigma}^2 \right) \quad (47)$$

Sovituksen avulla määritetään raja-arvo  $\psi_{m0}$ , jota pienemmillä päävuon arvoilla käytetään mallia (46) ja suuremmilla päävuon arvoilla mallia (47).

Funktioiden (46) ja (47) sekä näiden ensimmäisten derivaattojen halutaan olevan jatkuvia kaikilla voiden  $\psi_m$  ja  $\psi_{r\sigma}$  arvoilla, myös rajalla  $\psi_m = \psi_{m0}$ . Näistä jatkuvuusehdoista saadaan parametreille sidosehdot

$$\delta_3 = \gamma \quad (48a)$$

$$\delta_1 = -2\delta_2 \psi_{m0} \quad (48b)$$

$$L_{m1} = L_{mu} (1 - \delta_2 \psi_{m0}^2) \quad (48c)$$

Jos termi  $\alpha\psi_m^a$  korvattaisiin suurilla päävuon arvoilla vain ensimmäisen tai toisen kertaluvun termillä ( $\delta_1 = 0$  tai  $\delta_2 = 0$ ), ehdosta (48b) seuraisi, että molemmat termit katoaisivat ja ehdosta (48c), että  $L_{m1} = L_{mu}$  ja mallit (46) sekä (47) olisivat ekvivalentit.

Koska eksponentit yhtälössä (42b) ovat havaintojen perusteella valmiiksi pieniä, tätä mallia voidaan käyttää sellaisenaan roottorivirran mallintamiseen kaikilla voiden  $\psi_m$  ja  $\psi_{r\sigma}$  arvoilla. Muutetaan vielä notaatiota  $\delta_2 \rightarrow \delta$ . Lopputuloksena on malli, jossa korkein eksponentti on 3 ja vapaita, sovitettavia parametrejä on kuusi,  $\{L_{mu}, L_{r\sigma u}, \beta, \gamma, \delta, \psi_{m0}\}$ . Lisäksi tiedetään, että  $L_{m1} > 0$  ja  $\delta > 0$ , joista yhdessä ehdon (48c) kanssa seuraa  $0 < \delta < 1/\psi_{m0}^2$ . Mallin yhtälöt ovat

$$\mathbf{i}_m = \frac{\psi_m}{L_{mu}} \left( 1 + \frac{\gamma L_{mu}}{2} \psi_m \psi_{r\sigma}^2 \right), \quad \psi_m \leq \psi_{m0} \quad (49a)$$

$$\mathbf{i}_m = \frac{\psi_m}{L_{mu} (1 - \delta \psi_{m0}^2)} \left( 1 - 2\delta \psi_{m0} \psi_m + \delta \psi_m^2 + \frac{\gamma L_{mu} (1 - \delta \psi_{m0}^2)}{2} \psi_m \psi_{r\sigma}^2 \right), \quad \psi_m > \psi_{m0} \quad (49b)$$

$$\mathbf{i}_r = \frac{\psi_{r\sigma}}{L_{r\sigma u}} \left( 1 + \beta \psi_{r\sigma}^b + \frac{\gamma L_{r\sigma u}}{3} \psi_m^3 \right) \quad (49c)$$

## 4 Sovitusmenetelmät

### 4.1 Suora sovitus

Elementtimenetelmällä (FEM) tai reluktanssiverkolla (MEC) tarkasteltavan moottorin magneettinen tila voidaan laskea varsin tarkasti, kun moottorin mitat ja materiaalien ominaisuudet tunnetaan. Tällöin mallin parametrit on helppo sovittaa suoraan laskettuihin induktanssien arvoihin minimoimalla kustannusfunktio

$$J = \sum_{n=1}^N \left( \hat{L}_{m,n} - L_{m,n} \right)^2 + \left( \hat{L}_{r\sigma,n} - L_{r\sigma,n} \right)^2 \quad (50)$$

Induktanssien estimaatit  $\hat{L}_m$  ja  $\hat{L}_{r\sigma}$  saadaan yhtälöstä (33), kun malliksi on valittu polynomimalli (34), potenssifunktioimalli (42) tai paloittain määritelty malli (49), ja todelliset voidaan arvot  $\psi_m$  ja  $\psi_{r\sigma}$  tunnetaan kussakin toimintapisteessä. Indeksillä  $n$  viitataan toimintapisteeseen ja  $N$  on sovituksessa käytettävien toimintapisteiden lukumäärä. Paloittain määritellyn mallin (49) parametreja sovitettaessa tulee ottaa huomioon magnetointi-induktanssin funktion eri muodot päävuon arvon  $\psi_{m0}$  eri puolilla.

Kustannusfunktio voi olla myös

$$J = \sum_{n=1}^N \left( \hat{i}_{m,n} - i_{m,n} \right)^2 + \left( \hat{i}_{r,n} - i_{r,n} \right)^2 \quad (51)$$

Tässä muodossa tosin ongelmaksi muodostuu kustannusfunktion painottuminen suurille virtojen arvoille; tyypillisessä taajuusmuuttajakäytössä staattorivirta vaihtelee välillä n. 0 – 2 p.u. Normaalilla toiminta-alueella esimerkiksi tarkastellun 2,2 kW:n moottorin magnetointi-induktanssin minimiarvo on noin 1,5 p.u. ja maksimiarvo noin 2,5 p.u. Induktanssien kaikki arvot ovat siis varsin lähellä toisiaan ja painottuvat kustannusfunktiossa kohtalaisen tasapuolisesti.

Koska magnetointi-induktanssi on tyypillisesti yli kymmenkertainen roottorin hajainduktanssiin verrattuna, yhtälössä (50) magnetointi-induktanssin suhteellinen virhe painottuu enemmän kuin roottorin hajainduktanssin suhteellinen virhe. Tarvitessa roottorin hajainduktanssin virheen vaikutusta kustannusfunktiossa (50) voidaan painottaa halutulla painokertoimella, jolloin roottorin hajainduktanssin suhteellisen virheen osuus kustannusfunktiossa kasvaa. Magnetointi-induktanssille ja roottorin hajainduktanssille voidaan myös muodostaa erilliset kustannusfunktiot. Tällöin on huolehdittava siitä, että resiprookkisuuhehdon sitomia parametreja ei soviteta kahdesti.

### 4.2 Epäsuora sovitus

Tavallisesti oikosulkumoottorista voidaan mitata vain staattorin jännitevektori  $\mathbf{u}_s$ , staattorin virtavektori  $\mathbf{i}_s$  ja roottorin sähkökulmanopeus  $\omega_m$ . Roottorin virtaa ei voida mitata, joten sijaiskytkennän parametrien suora identifiointi ei ole mahdollista.

Vaihtoehtoinen lähestymistapa on kiinnittää kyllästystä (ja mahdollisesti lämpötilan ja virranahdon vaikutusta) kuvaava malli, jonka jälkeen mallin parametrit voidaan sovittaa epäsuorasti, kun pysyvän tilan staattorivirta tunnetaan usealla syöttöjännitteen ja roottorin pyörimisnopeuden arvolla. Tällöin roottorin virtoja ja voita ei tarvitse tuntea (Lindsay ja Barton 1973; Akbaba ym. 1995).

Tässä tarkastellaan vain potenssifunktiomallin (42) parametrien epäsuoraa sovittamista. Kun potenssifunktiomallin parametrit on saatu sovitettua, mallin perusteella voidaan laskea toimintapisteiden induktanssien arvot ja käyttää suoraa sovittamista paloittain määritellyn mallin (49) parametrien sovittamiseen. Jos ensin sovitaan (epäsuorasti) polynomimallin (34) parametrit, tämän jälkeen voidaan toimintapisteiden induktansseja estimoimalla sovittaa suoraa menetelmää käyttäen parametrit malleihin (42) ja (49). Vaikka polynomimalli (34) onkin muita tässä työssä esitettyjä malleja tarkempi, sen parametrien sovittaminen epäsuorasti on kuitenkin hyvin työlästä.

#### 4.2.1 Tyhjäkäyntikokeet

Tyhjäkäyntikokeissa moottorin syöttökulmataajuus  $\omega_s$  pidetään vakiona ja moottoria pyöritetään nollajättämällä. Pysyvän tilan staattorivirta mitataan useilla eri syöttöjännitteen arvoilla. Staattorin resistanssi  $R_s$  kiinnitetään tasajännitemittauksen tuloksen perusteella.

Sijoittamalla staattorin jänniteyhtälöön hajainduktanssille  $L_{s\sigma}$  yrite  $\hat{L}_{s\sigma}$  saadaan päävuolle estimaatti  $\hat{\psi}_m$ :

$$\hat{\psi}_m = -\mathbf{J}(\mathbf{u}_s - R_s \mathbf{i}_s) / \omega_s - \hat{L}_{s\sigma} \mathbf{i}_s \quad (52)$$

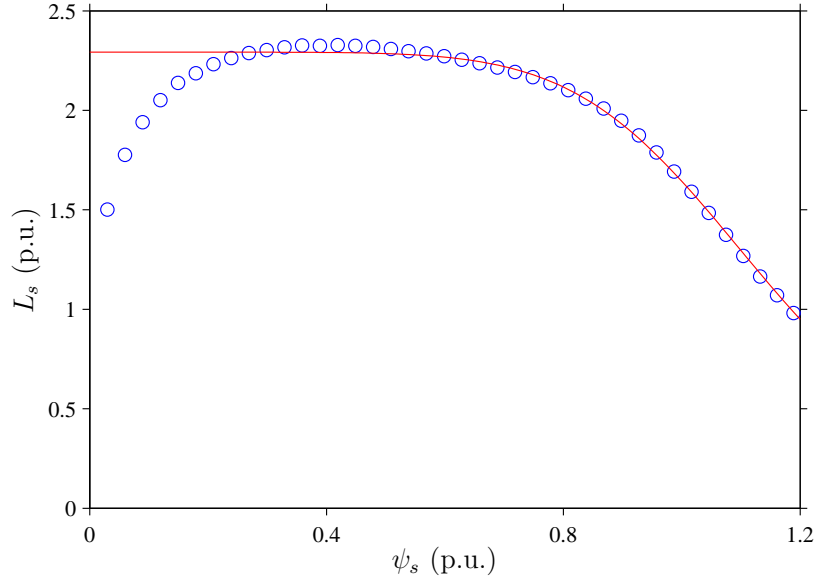
Koska tyhjäkäynnissä roottorivirta on nolla, magnetointivirta on sama kuin staattorivirta. Sijoittamalla magnetointi-induktanssille malli (43a) magnetointi-induktanssin estimaatiksi tarkastellussa toimintapisteessä saadaan

$$\hat{L}_m = \frac{L_{mu}}{1 + \alpha \hat{\psi}_m^a} \quad (53)$$

Estimoidun staattorin hajainduktanssin virhettä lukuunottamatta todellinen magnetointi-induktanssi on  $L_m = \hat{\psi}_m / i_s$ . Optimaaliset arvot parametreille  $\{L_{s\sigma}, L_{mu}, \alpha, a\}$  haetaan minimoimalla kustannusfunktio

$$J(\hat{L}_{s\sigma}, L_{mu}, \alpha, a) = \sum_{n=1}^N \left( \hat{L}_{m,n} - \hat{\psi}_{m,n} / i_{s,n} \right)^2 \quad (54)$$

Kuvassa 3 on esitetty 2,2 kW:n moottorin mitattu staattori-induktanssi staattorivuon itseisarvon funktiona tyhjäkäynnissä. Kuvan perusteella staattori-induktanssi kasvaa aluksi hieman staattorivuon kasvaessa. Funktiolla (43) ei kuitenkaan voida samanaikaisesti mallintaa pienillä vuon arvoilla kasvavaa ja suurilla vuon arvoilla vähenevää induktanssia, vaan induktanssi on joko vähenevä tai kasvava vuon funktiona.



Kuva 3: 2,2 kW:n oikosulkumoottorin staattori-induktanssi tyhjäkäynnissä staattorivuon itseisarvon funktiona. Ympyrät ovat mitattuja arvoja, viiva kuvaa sovitetulla funktiolla laskettua käyttäytymistä.

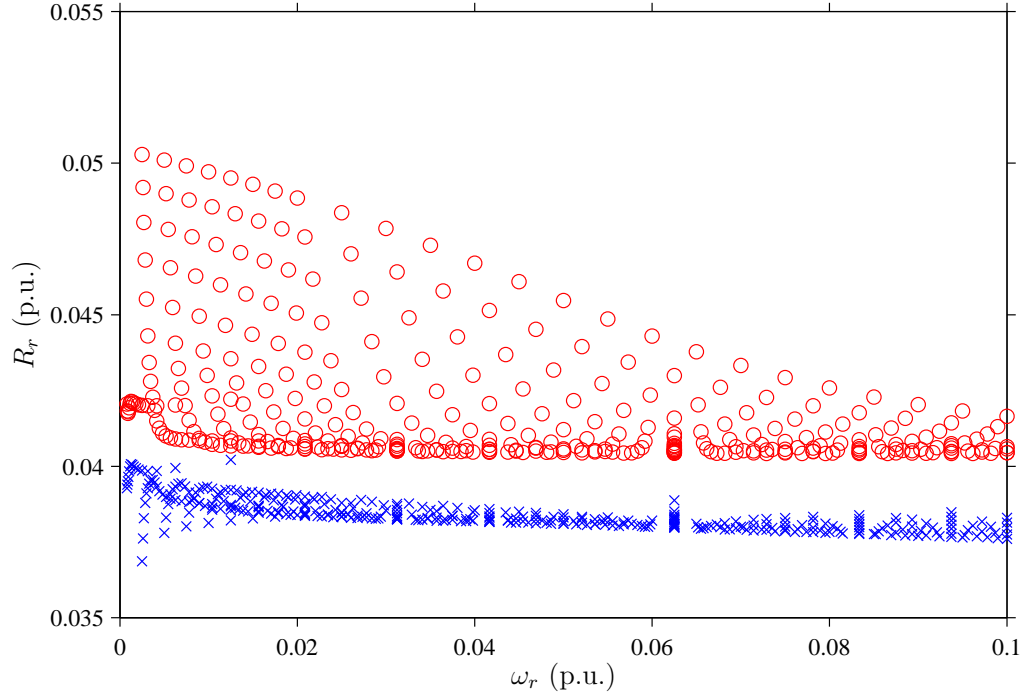
Yleensä ollaan kiinnostuneita induktanssin käyttäytymisestä suurilla vuon arvoilla, jolloin pienillä vuon arvoilla malli (43) antaa lähes vakiona pysyvän induktanssin. Sovituksessa saatava staattorin hajainduktanssin arvo ja magnetointi-induktanssin kyllästymätön arvo  $L_{mu}$  riippuvat tämän vuoksi sovituksessa käytetyn datan rajauksesta. Koska staattorin hajainduktanssi on tyypillisesti alle 10 % staattorin kokonaisinduktanssista, myös mittausepätaarkkuus voi vaikuttaa suuresti sovituksessa saatuun staattorin hajainduktanssin arvoon. Tämän vuoksi saattaa olla suotavaa sovittaa parametrit suoraan  $\Gamma$ -sijaiskytkentään asettamalla  $L_{s\sigma} = 0$ .

$\Gamma$ -sijaiskytkennässä ongelmaksi muodostuu roottoriresistanssin voimakas riippuvuus staattorijännitteestä varsinkin pienillä jättämillä. Roottoriresistanssin käyttäytymistä eri sijaiskytkennöissä on havainnollistettu kuvassa 4.  $\Gamma$ -sijaiskytkentään muunnettaessa T-sijaiskytkennän roottoriresistanssi skaalataan yhtälön (13) perusteella staattori-induktanssin ja magnetointi-induktanssin osamäärän neliöllä. Jos magnetointi-induktanssi muuttuu staattorivuon (tai staattorijännitteen) muuttuessa voimakkaammin kuin staattori-induktanssi,  $\Gamma$ -sijaiskytkennän roottoriresistanssi riippuu myös staattorijännitteestä. Tällöin vakiona pysyvä malli ei riitä kuvaamaan roottoriresistanssia.

#### 4.2.2 Kuormituskokeet

Tyhjäkäyntisovituksen jälkeen  $\hat{L}_{s\sigma}$  ja mallin (42) parametrit  $L_{mu}$ ,  $\alpha$  ja  $a$  tunnetaan. Jäljellä jääneiden parametrien sovittamiseksi moottoria pyöritetään useilla syöttöjännitteen ja kuorman arvoilla ja pysyvän tilan staattorivirta mitataan.





Kuva 4: Elementtimenelmällä laskettuja 2,2 kW:n oikosulkumoottorin roottoriresistanssin arvoja jättämän funktiona. Ympyrät ovat roottoriresistanssin arvoja  $\Gamma$ -sijaiskytkennässä, ristit roottoriresistanssin arvoja T-sijaiskytkennässä.  $\Gamma$ -sijaiskytkennässä roottoriresistanssi riippuu jättämän lisäksi voimakkaasti myös staattorijännitteestä.

Parametrien  $b$ ,  $c$  ja  $d$  sovittaminen osoittautui käytännössä hankalaksi. Jos näiden parametrien annettiin sovituksessa olla vapaasti varioitavia, lopputuloksena varsinkin parametrien  $b$  ja  $c$  arvot olivat huomattavasti suurempia kuin suoralla sovitusmenetelmällä saadut arvot ja induktansseista tuli voimakkaasti väheneviä voiden funktioita. Toimivaksi sovitusmenetelmäksi osoittautui mallin täydentäminen ylimääräisillä keskinäiskyllästystermeillä,

$$\mathbf{i}_m = \frac{\psi_m}{L_{mu}} \left( 1 + \alpha \psi_m^a + \frac{\gamma L_{mu}}{d_1 + 2} \psi_m^{c_1} \psi_{r\sigma}^{d_1+2} + \frac{\delta L_{mu}}{d_2 + 2} \psi_m^{c_2} \psi_{r\sigma}^{d_2+2} + \frac{\epsilon L_{mu}}{d_3 + 2} \psi_m^{c_3} \psi_{r\sigma}^{d_3+2} \right) \quad (55a)$$

$$\mathbf{i}_r = \frac{\psi_{r\sigma}}{L_{r\sigma u}} \left( 1 + \beta \psi_{r\sigma} + \frac{\gamma L_{r\sigma u}}{c_1 + 2} \psi_m^{c_1+2} \psi_{r\sigma}^{d_1} + \frac{\delta L_{r\sigma u}}{c_2 + 2} \psi_m^{c_2+2} \psi_{r\sigma}^{d_2} + \frac{\epsilon L_{r\sigma u}}{c_3 + 2} \psi_m^{c_3+2} \psi_{r\sigma}^{d_3} \right) \quad (55b)$$

joiden  $(c, d)$ -pareille annettiin eri arvoja ja malli sovitettiin mitattuun dataan. Tällä tavalla sovitettuna yleensä selkeästi yksi  $(c, d)$ -pari dominoi mallin käyttäytymistä, ja tämä dominoiva pari valittiin käytettäväksi sovittaessa mallin (42) parametrien lopullisia arvoja. Lähtökohtana  $(c, d)$ -parien arvoille käytettiin elementtimenelmällä lasketun datan suorassa sovituksessa saatuja arvoja, joiden ympäristöstä

dominoivia arvoja etsittiin.

Päävuon estimaatti  $\hat{\psi}_m$  voidaan ratkaista staattorin jänniteyhtälöstä, kun staattori-resistanssi ja staattorin hajainduktanssi tunnetaan. Tämä estimaatti on riippumaton induktanssimallista ja roottorin parametreista. Koska staattori-resistanssi ja staattorin hajainduktanssi ovat tässä vaiheessa tunnettuja, päävuon estimaattia voidaan pitää yhtä suurena todellisen päävuon kanssa,  $\hat{\psi}_m = \psi_m$ .

Kun päävuoto tunnetaan, sijoittamalla roottori-resistanssille yrite  $\hat{R}_r$  roottorin jänniteyhtälöstä voidaan ratkaista roottorivirran estimaatti roottorin hajavuon estimaatin  $\hat{\psi}_{r\sigma}$  funktiona,

$$\hat{i}_r = -\frac{\omega_r \mathbf{J} \left( \psi_m + \hat{\psi}_{r\sigma} \right)}{\hat{R}_r} \quad (56)$$

Sijoittamalla tämä magnetointivirran malliin (32) saadaan yleisesti

$$\hat{i}_m = i_s + \hat{i}_r = i_s - \frac{\omega_r \mathbf{J} \left( \psi_m + \hat{\psi}_{r\sigma} \right)}{\hat{R}_r} = \psi_m f \left( \psi_m, \hat{\psi}_{r\sigma} \right) \quad (57)$$

Tässä työssä virranaho otetaan huomioon käyttämällä roottori-resistanssille lineaarista mallia,

$$\hat{R}_r = R_{r0} (1 + h\omega_r) \quad (58)$$

missä  $R_{r0}$  on sovitettava roottorin tasavirtaresistanssi ja  $h$  on sovitettava kulma-kerroin. Jos roottori-resistanssi halutaan mallintaa tätä mallia tarkemmin, pienillä jättämillä voidaan käyttää jättämäkulumataajuuden neliöön verrannollista mallia (Novotny ym. 1990) ja suurilla jättämillä ( $f_r > 50$  Hz) jättämäkulumataajuuden neliöjuureen (de Buck ym. 1984) verrannollista mallia.

Tässä vaiheessa on kätevä siirtyä päävuokoordinaatistoon, missä  $\boldsymbol{\psi}_m^m = [\psi_{md}^m \ 0]^T = [\psi_m \ 0]^T$ . Ratkaistavaksi yhtälöpariksi tulee

$$i_{sd}^m + \frac{\omega_r \hat{\psi}_{r\sigma q}^m}{\hat{R}_r} = \psi_m f \left( \psi_m, \hat{\psi}_{r\sigma} \right) \quad (59a)$$

$$i_{sq}^m - \frac{\omega_r \left( \psi_m + \hat{\psi}_{r\sigma d}^m \right)}{\hat{R}_r} = 0 \quad (59b)$$

missä yläindeksi  $m$  tarkoittaa, että kyseiset suureet on ilmaistu päävuokoordinaatistossa. Yhtälöstä (59b) voidaan  $\hat{\psi}_{r\sigma d}^m$  ratkaista riippumatta funktion  $f \left( \psi_m, \hat{\psi}_{r\sigma} \right)$  eksplisiittisestä muodosta,

$$\hat{\psi}_{r\sigma d}^m = \frac{\hat{R}_r i_{sq}^m}{\omega_r} - \psi_m \quad (60)$$

Käyttämällä yhtälössä (59a) magnetointivirralla potenssifunktio mallia (42a) ja järjestelemällä termejä uudelleen, roottorin hajavuon komponentille  $\hat{\psi}_{r\sigma q}^m$  saadaan yhtälöksi

$$\left[ (\hat{\psi}_{r\sigma d}^m)^2 + (\hat{\psi}_{r\sigma q}^m)^2 \right]^{\frac{d+2}{2}} - \frac{(d+2)\omega_r}{\gamma \hat{R}_r \psi_m^{c+1}} \hat{\psi}_{r\sigma q}^m + \frac{(d+2)}{\gamma \psi_m^c} \left( \frac{1 + \alpha \psi_m^a}{L_{mu}} - \frac{i_{sd}^m}{\psi_m} \right) = 0 \quad (61)$$

Jos parametri  $d = 0$ , yhtälö (61) on toisen asteen yhtälö komponentille  $\hat{\psi}_{r\sigma q}^m$ , joka on helppo ratkaista analyyttisesti. Yhtälön ratkaisuista toinen on päävuota edellä ja toinen jäljessä. Ratkaisu voidaan valita sen mukaan, käytetäänkö konetta moottorina vai generaattorina. Jos parametri  $d$  on nolasta poikkeava, ratkaisut on haettava numeerisesti. Kun ratkaisuja on useampi kuin kaksi, ei pelkkä etumerkki ole tae juuren oikeellisuudelle. Jos potenssifunktiomallin asemasta olisi käytetty mallina korkean asteen polynomifunktiota, sovituksessa muodostuisi ongelmaksi oikean ratkaisun löytäminen numeerisesti komponentille  $\hat{\psi}_{r\sigma q}^m$ .

Kun roottorin hajavuo päävuokoordinaatistossa on ratkaistu sovitettavien parametrien  $\gamma$ ,  $R_{r0}$  ja  $f$  funktiona, voidaan siirtyä roottorivuokoordinaatistoon. Roottorivuokoordinaatistossa  $\boldsymbol{\psi}_r^r = [\psi_{rd}^r \ 0]^T = [\psi_r \ 0]^T$ . Tässä koordinaatistossa roottorivuo on

$$\psi_r = L_m i_{sd}^r \quad (62)$$

ja jättämäkulmataajuus ja vääntömomentti voidaan kirjoittaa muodossa

$$\omega_r = \frac{L_m R_r}{L_r \psi_r} i_{sq}^r \quad (63a)$$

$$T_e = \frac{L_m^2}{L_r} i_{sd}^r i_{sq}^r \quad (63b)$$

Sijoittamalla roottorivuon yhtälö jättämäkulmataajuuden yhtälöön saadaan

$$L_r = \frac{R_r i_{sq}^r}{\omega_r i_{sd}^r} \quad (64)$$

Korvaamalla tässä yhtälössä roottori-induktanssi  $L_r$  estimaatillaan  $\hat{L}_r = \hat{L}_m + \hat{L}_{r\sigma}$  mallin (43) mukaisesti,

$$\hat{L}_m = \frac{L_{mu}}{1 + \alpha \psi_m^a + \frac{\gamma L_{mu}}{d+2} \psi_m^c \hat{\psi}_{r\sigma}^{d+2}} \quad (65a)$$

$$\hat{L}_{r\sigma} = \frac{L_{r\sigma u}}{1 + \beta \hat{\psi}_{r\sigma}^b + \frac{\gamma L_{r\sigma u}}{c+2} \psi_m^c \hat{\psi}_{r\sigma}^d} \quad (65b)$$

parametrit  $\{R_{r0}, L_{r\sigma u}, \beta, \gamma, h\}$  voidaan sovittaa minimoimalla kustannusfunktio

$$J(R_{r0}, L_{r\sigma u}, \beta, \gamma, h) = \sum_{n=1}^N \left( \hat{L}_{r,n} - \frac{\hat{R}_r i_{sq,n}^r}{\omega_{r,n} i_{sd,n}^r} \right)^2 \quad (66)$$

Tässä roottorivuokoordinaatistiksi on otettu estimoidun roottorivuon  $\hat{\boldsymbol{\psi}}_r = \hat{\boldsymbol{\psi}}_m + \hat{\boldsymbol{\psi}}_{r\sigma}$  koordinaatisto. Koordinaatiston kierto voidaan kirjoittaa yhtälöön (66) mukaan eksplisiittisesti, jolloin kustannusfunktio saa muodon

$$J(R_{r0}, L_{r\sigma u}, \beta, \gamma, h) = \sum_{n=1}^N \left( \hat{L}_{r,n} - \frac{\hat{R}_r \mathbf{i}_{s,n}^T \mathbf{J} \hat{\boldsymbol{\psi}}_{r,n}}{\omega_{r,n} \mathbf{i}_{s,n}^T \hat{\boldsymbol{\psi}}_{r,n}} \right)^2 \quad (67)$$

Kustannusfunktioiden (66) ja (67) haittapuolena on, että vaikka roottorin jänniteyhtälöä käytetään yhtälössä (57) laskettaessa roottorin hajavuota, jänniteyhtälön toteutumista ei kuitenkaan enää tarkasteta laskettaessa estimaattia roottori-induktanssille yhtälössä (65). Eräs tapa täydentää kustannusfunktiota (66) on lisätä ehto, että roottorisuureista estimoidun ja staattorisuureista lasketun vääntömomentin välinen virhe minimoituu,

$$J(R_{r0}, L_{r\sigma u}, \beta, \gamma, h) = \sum_{n=1}^N \left( \hat{L}_{r,n} - \frac{\hat{R}_r i_{sq,n}^r}{\omega_{r,n} \hat{L}_{sd,n}^r} \right)^2 + k \sum_{n=1}^N \left( T_{e,n} - \frac{\hat{L}_{m,n}^2 i_{sd,n}^r i_{sq,n}^r}{\hat{L}_{r,n}} \right)^2 \quad (68)$$

missä  $k$  on painokerroin, jolla painotetaan vääntömomentin virheen minimoitumista. Jos yhtälössä (68) minimoidaan vain vääntömomentin virhettä tai vain roottori-induktanssin virhettä, joko tehokerroin tai virran itseisarvo on hieman vääristynyt verrattuna mitattuun virtaan estimoitaessa lopullisen mallin avulla staattorivirtaa jättämän ja staattorijännitteen avulla.

### 4.3 Kustannusfunktioiden painotukset

Roottorivuota ja vääntömomenttia ohjataan esimerkiksi vektorisäädössä yhtälöiden (62) ja (63) perusteella. Tällöin ei olla erityisen kiinnostuneita roottorin hajainduktanssista, vaan magnetointi-induktanssi ja roottorin kokonaisinduktanssi (sekä roottoriresistanssi) halutaan tuntea mahdollisimman tarkasti, sillä parametrivirheiden seurauksena roottorivuo ja vääntömomentti poikkeavat halutuista arvoista (Krishnan ja Doran 1987).

Magnetointi-induktanssi on tyypillisesti yli kymmenkertainen roottorin hajainduktanssiin verrattuna. Tällöin 50 % virhe roottorin hajainduktanssissa tarkoittaa noin viiden prosentin virhettä roottorin kokonaisinduktanssissa, jos magnetointi-induktanssi tunnetaan tarkasti. Jos puolestaan roottorin hajainduktanssi tunnetaan tarkasti, magnetointi-induktanssi on tunnettava viiden prosentin tarkkuudella, jotta roottorin kokonaisinduktanssin virhe olisi sama kuin edellä (n. 5 %). Tämän vuoksi magnetointi-induktanssi halutaan usein suhteellisesti tarkemmaksi kuin roottorin hajainduktanssi, eikä kustannusfunktiossa (50) kasvateta roottorin hajainduktanssin suhteellisen virheen vaikutusta painokertoimella.

Kustannusfunktiossa (68) painokertoimen valintaan vaikuttaa muun muassa käytettävän datan raja. Vääntömomentin itseisarvo vaihtelee tyypillisesti välillä n. 0 – 1,5 p.u. Normaalilla toiminta-alueella esimerkiksi tarkastellun 2,2 kW:n roottorin roottori-induktanssin minimiarvo on noin 1,6 p.u. ja maksimiarvo noin 3,0 p.u. Induktanssien kaikki arvot ovat siis varsin lähellä toisiaan ja painottuvat kustannusfunktiossa kohtalaisen tasapuolisesti. Tällöin vääntömomentin suhteellinen virhe painottuu vähemmän kuin roottori-induktanssin suhteellinen virhe, varsinkin pienillä vääntömomentin arvoilla. Eräs tapa valita painokerroin kustannusfunktiossa (68) on skaalata datassa esiintyvä vääntömomentin suurin arvo yhtä suureksi kuin roottori-induktanssin kyllästyvän arvo  $L_{mu} + L_{r\sigma u}$ .

## 5 Tulokset – suora sovitus

Tässä työssä ehdotettuja funktioita ja sovitusmenetelmiä testattiin käytännössä 2,2 kW:n ja 45 kW:n oikosulkumoottoreilla, joissa on suljetut ja vinot roottoriurat. Funktioita ja menetelmiä sovellettiin sekä aikaharmonisella elementtimenetelmällä (Luomi ym. 1986; Arkkio 1987) saatuihin tuloksiin että laboratoriossa mitattuun dataan. Elementtimenetelmällä lasketussa datassa uravinous toteutettiin jakamalla roottori akselin suunnassa kuudeksi suorauraiseksi viipaleeksi, joita on hieman kierretty toisiinsa nähden. 45 kW:n moottorille sovitettiin suoraan vain potenssifunktiomalli (42). Kustannusfunktio (50) minimoitiin käyttämällä Matlabin `lsqnonlin`-funktioita.

2,2 kW:n moottorin nimellisarvot ovat: jännite 400 V, virta 5 A, taajuus 50 Hz, nopeus 1436 r/min, vääntömomentti 14,6 Nm, tehokerroin 0,81. Perusarvot ovat: kulmataajuus  $2\pi 50$  rad/s, jännite  $\sqrt{2/3} \cdot 400$  V, virta  $\sqrt{2} \cdot 5$  A.

45 kW:n moottorin nimellisarvot ovat: jännite 400 V, virta 81 A, taajuus 50 Hz, nopeus 1477 r/min, vääntömomentti 291 Nm, tehokerroin 0,86. Perusarvot ovat: kulmataajuus  $2\pi 50$  rad/s, jännite  $\sqrt{2/3} \cdot 400$  V, virta  $\sqrt{2} \cdot 81$  A.

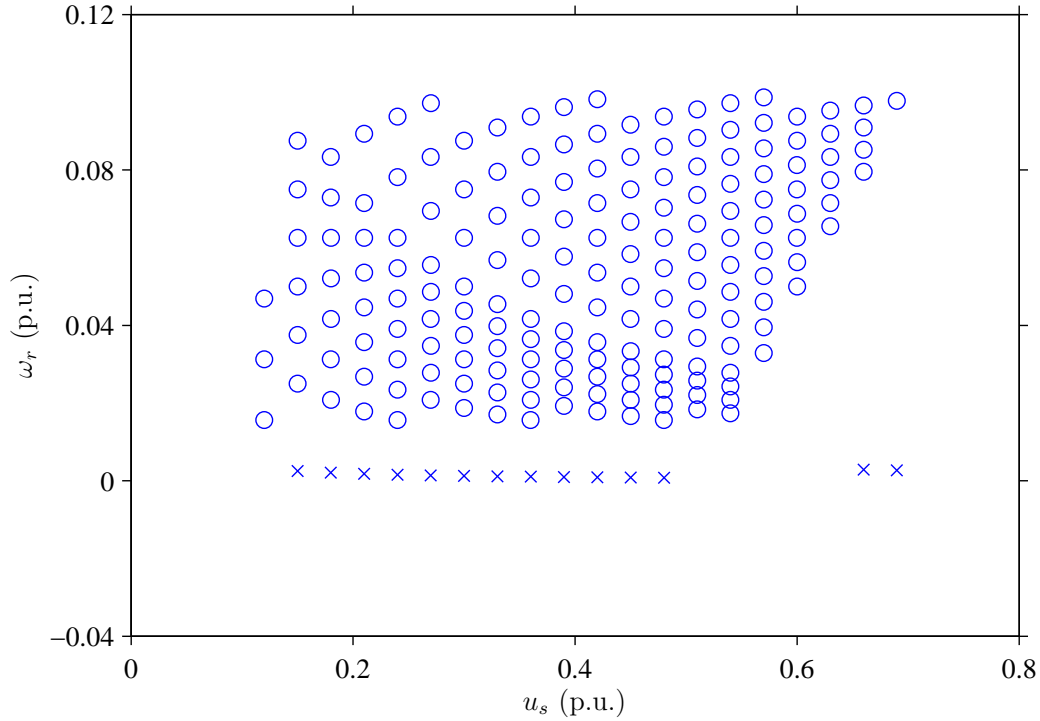
### 5.1 2,2 kW:n moottori

Ehdotettuja kyllästysmalleja ja suoraa sovitusmenetelmää sovellettiin ensin elementtimenetelmällä laskettuun 2,2 kW:n moottorin dataan. Jotta potenssifunktiomallille suoralla sovitusmenetelmällä saatuja parametrien arvoja voisi paremmin vertailla epäsuoralla sovitusmenetelmällä saatuihin arvoihin, samoja kuormituspisteitä käytettiin parametrien epäsuorassa sovituksessa. Tyhjäkäyntipisteitä käytettiin vain parametrien epäsuorassa sovituksessa. Sovituksessa käytettyjen toimintapisteiden jättämät ja staattorijännitteiden itseisarvot on esitetty kuvassa 5. Staattorin kulmataajuus  $\omega_s$  on 0,5 p.u.

#### 5.1.1 Polynomimalli

Kohdassa 4.1 esitettyä suoraa sovitusmenetelmää sovellettiin ensin polynomimallin (34) kertoimien määrittämiseen. Polynomimallin astelukua kasvatettiin, kunnes saatiin kuvaajien perusteella silmämääräisesti tyydyttävä vastaavuus elementtimenetelmällä laskettujen toimintapisteiden ja sovitetujen käyrien välillä. Lopullisen mallin korkein eksponentti on 8. Sovitetut kertoimet on annettu yhtälöä (35) vastaavassa muodossa taulukoissa 1 ja 2. Parametrit rajoitettiin sovituksessa positiivisiksi.

Elementtimenetelmällä saadut induktanssien arvot ja sovitetuilla funktiolla lasketut induktanssien arvot on esitetty kuvassa 6. Kuvassa 6(a) magnetointi-induktanssi  $L_m$  on esitetty päävuon  $\psi_m$  funktiona kolmella eri roottorin hajavuon  $\psi_{r\sigma}$  arvolla. Kuvassa 6(b)  $L_m$  on esitetty roottorin hajavuon funktiona kolmella eri päävuon arvolla. Vastaavaa esitystä roottorin hajaindutanssille  $L_{r\sigma}$  on käytetty kuvissa 6(c) ja 6(d). Kuvien perusteella keskinäiskyllästyksen vaikutus on varsin suuri.

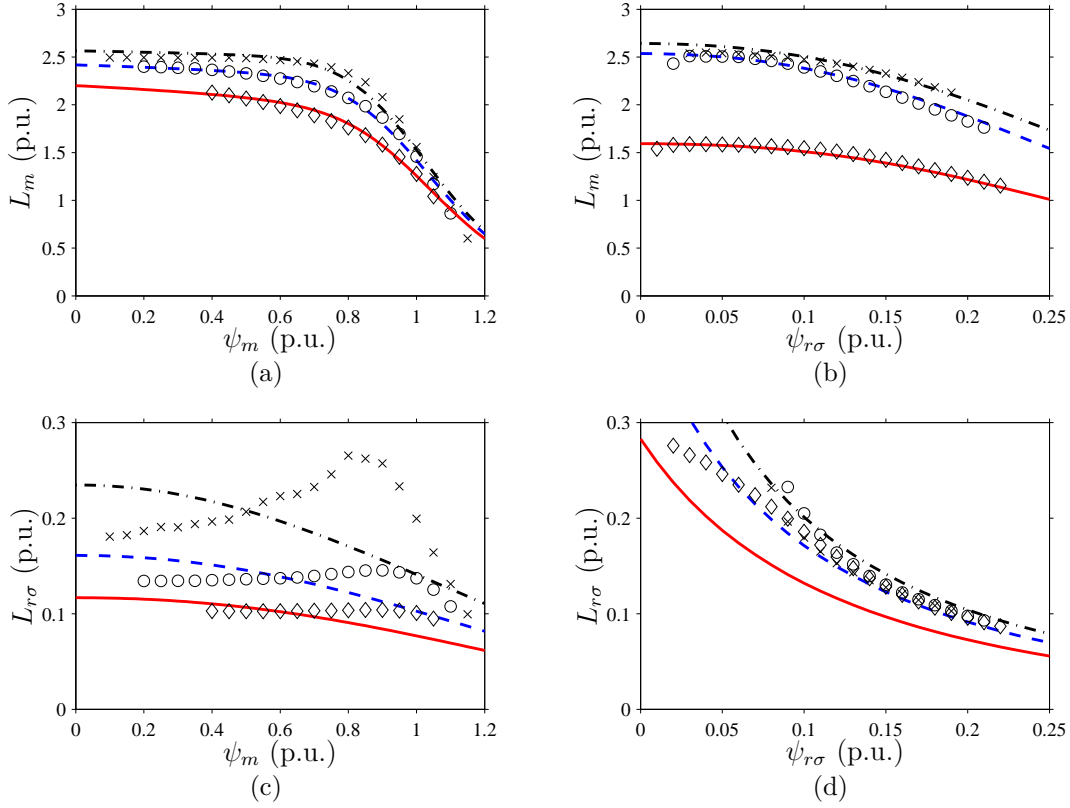


Kuva 5: 2,2 kW:n moottorin elementtimenetelmällä lasketun datan parametrien estimoinnissa käytettyjen toimintapisteiden jättämät ja staattorijännitteiden itseisarvot. Ympyrät ovat kuormituskokeiden toimintapisteitä, ristit tyhjäkäyntikokeen toimintapisteitä. Staattorin kulmataajuus on 0,5 p.u.

Sovitettut funktiot ennustavat kuvan 6 perusteella magnetointi-induktanssin käyttäytymisen varsin hyvin, mutta sovitettu roottorin hajainduktanssi poikkeaa elementtimenetelmällä lasketusta. Syy tähän on se, että elementtimenetelmällä saatu data ei ilmeisesti ole resiprookkista. Tämä ilmenee kuvassa 6(c) nähtävänä huippuna roottorin hajainduktanssissa päävuon arvon  $\psi_m \approx 0,8$  p.u. ympäristössä. Resiprookkisuusehdon perusteella vastaavan huipun pitäisi esiintyä myös magnetointi-induktanssissa kuvassa 6(b).

Parametrien sovituksessa on haluttu mallin antavan mahdollisimman tarkan ennusteen magnetointi-induktanssille. Jos kustannusfunktiossa (50) painotettaisiin enemmän roottorin hajainduktanssin virhettä, malli vastaisi paremmin elementtimenetelmällä laskettuja roottorin hajainduktanssin arvoja, mutta samalla magnetointi-induktanssin tarkkuus huononisi. Jos sovituksessa otettaisiin resiprookkisuusehto pois käytöstä ja annettaisiin parametrien olla myös negatiivisia, saisi roottorin hajainduktanssissa päävuon funktiona olevan huipun mallinnettua heikentämättä magnetointi-induktanssin mallin tarkkuutta.

Matriisin  $\mathbf{A}$  alkioden perusteella tyhjäkäyntiä (ensimmäinen rivi) dominoi kaksi



Kuva 6: Kahdeksannen asteen Taylorin polynomi sovitettuna suoraan elementtime-netelmällä saatuun 2,2 kW:n moottorin dataan: (a)  $L_m$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (b)  $L_m$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla, (c)  $L_{r\sigma}$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (d)  $L_{r\sigma}$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla. Kuvissa (a) ja (c)  $\psi_{r\sigma}$ :n arvot ovat 0,09 p.u. (pistekatkoviiva), 0,14 p.u. (katkoviiva) ja 0,19 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (b) ja (d)  $\psi_m$ :n arvot ovat 0,4 p.u. (pistekatkoviiva), 0,7 p.u. (katkoviiva) ja 1,0 p.u. (yhtenäinen viiva).

termiä,  $a_{1,1}$  ja  $a_{1,9}$ , joista saatava magnetointi-induktanssin tyhjäkäyntifunktio on

$$L_m(\psi_m) = \frac{2,6596}{1 + 0,6535\psi_m^8} \quad (69)$$

Matriisin  $\mathbf{B}$  alkioden merkitevyyttä voi tutkia olettamalla, että 2,2 kW:n moottorilla suurin käytännössä esiintyvä roottorin hajavuon arvo on n. 0,25 p.u. Kun otetaan huomioon vain roottorin hajavuosta riippuvat termit, roottorivirran maksimiarvoksi saadaan

$$i_r = 1,5554 \cdot 0,25 + 25,2150 \cdot 0,25^2 + 47,7914 \cdot 0,25^3 + \dots + 2,8329 \cdot 0,25^9 \quad (70)$$

Tämän perusteella roottorivirtaa dominoivat  $\psi_{r\sigma}$ :n pienimmät potenssit, eli termit  $b_{1,1}$ ,  $b_{1,2}$  ja  $b_{1,3}$ . Roottorin hajainduktanssin approksimaatioksi pienillä päävuon arvoilla saadaan

$$L_{r\sigma}(\psi_{r\sigma}) = \frac{0,6429}{1 + 16,2113\psi_{r\sigma} + 30,7261\psi_{r\sigma}^2} \quad (71)$$

Taulukko 1: Polynomimallin matriisin  $\mathbf{A}$  alkiot (p.u.) 2,2 kW:n moottorin FEM-dataan sovitettuna.

0,3760	0,0060	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,2457
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,3899	0,4499	0,3334	0,1200	0,0152	0,0074	0,2664	0	0
3,0441	1,1338	0,9869	0,4282	0,2653	0,7201	0	0	0
4,4612	3,6076	3,6351	3,0054	3,3201	0	0	0	0
5,2429	5,7194	5,6633	6,1272	0	0	0	0	0
6,0866	7,1171	7,0606	0	0	0	0	0	0
6,7689	8,5988	0	0	0	0	0	0	0
7,3194	0	0	0	0	0	0	0	0

Taulukko 2: Polynomimallin matriisin  $\mathbf{B}$  alkiot (p.u.) 2,2 kW:n moottorin FEM-dataan sovitettuna.

1,5554	25,2150	47,7914	59,6582	54,5945	30,9824	0,0384	0,0027	2,8329
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,3899	4,5662	8,9223	13,1072	18,2598	23,6911	29,2777	0	0
0,2999	1,1338	4,8101	9,5323	14,2342	20,0639	0	0	0
0,1667	0,7402	3,6351	7,0791	10,5909	0	0	0	0
0,0480	0,2569	2,4043	6,1272	0	0	0	0	0
0,0051	0,1326	2,2134	0	0	0	0	0	0
0,0021	0,3086	0	0	0	0	0	0	0
0,0666	0	0	0	0	0	0	0	0

Vastaavasti dominoivat keskinäiskylläystermiit voidaan approksimoida vertailemalla, millä termeillä on suurin vaikutus halutun toiminta-alueen rajoilla.

### 5.1.2 Potenssifunktiomalli

Yhtälöiden (69) ja (71) perusteella voidaan päätellä, että polynomimallissa on turhan paljon vapausasteita: oleellisen käyttäytymisen varsin tarkkaan kuvaamiseen riittää muutama potenssitermi. Tämän vuoksi potenssifunktiomalli (42) saattaa usein olla käytännössä tarkkuudeltaan riittävä.

Potenssifunktiomalli sovitettiin suoraan elementtimenetelmällä saatuun dataan. Koska murtolukueksponentit saattavat reaaliaikaisissa sovelluksissa olla hankalia toteuttaa, pyöristettiin parametrit  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ja  $d$  ensimmäisen sovituskierroksen jälkeen lähimpään kokonaislukuun tai puolikokonaislukuun, jonka jälkeen kertoimet sovitettiin uudestaan, jotta pyöristyksestä aiheutuva virhe saataisiin minimoitua. Sovituksessa saadut parametrit on esitetty taulukossa 3.

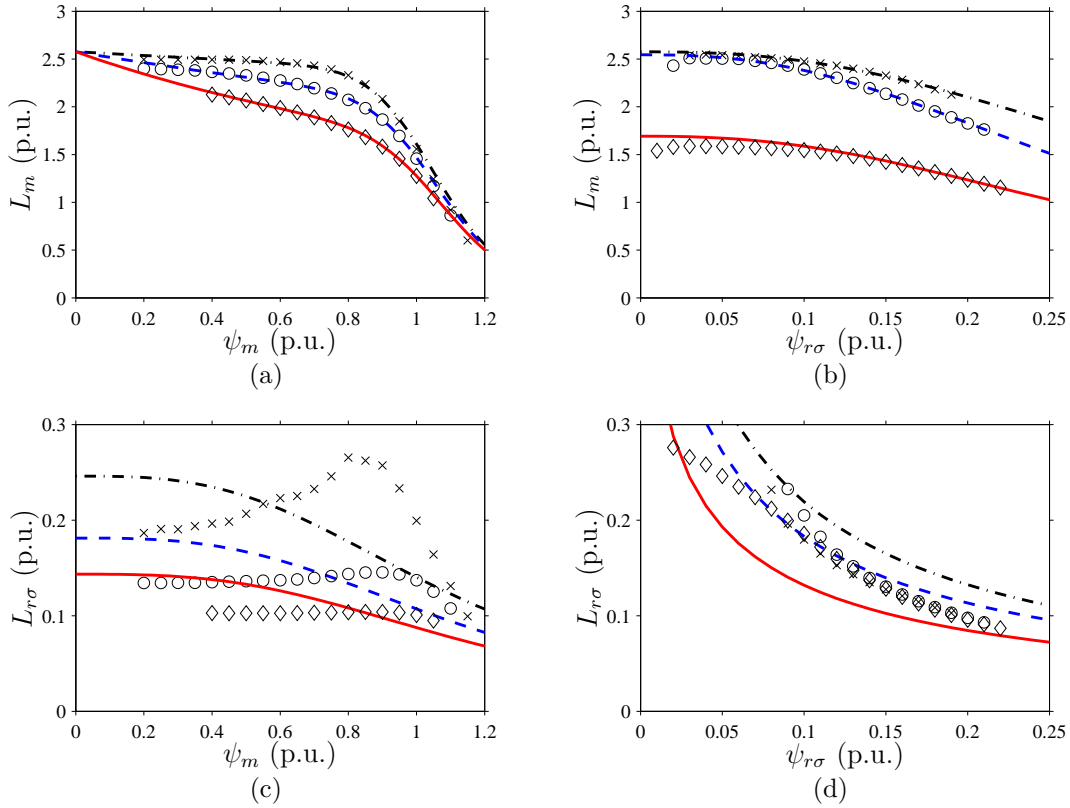
Elementtimenetelmällä saadut induktanssien arvot ja potenssifunktioilla lasketut induktanssien arvot on esitetty kuvassa 7 kuvaa 6 vastaavalla tavalla. Oleellisin ero



Taulukko 3: Potenssifunktiomallin parametrit (p.u.) 2,2 kW:n moottorin FEM-dataan sovitettuna.

$L_{mu}$	$L_{r\sigma u}$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$a$	$b$	$c$	$d$
2,58	0,691	0,523	20,1	30,6	10,5	1,0	1,0	0,5

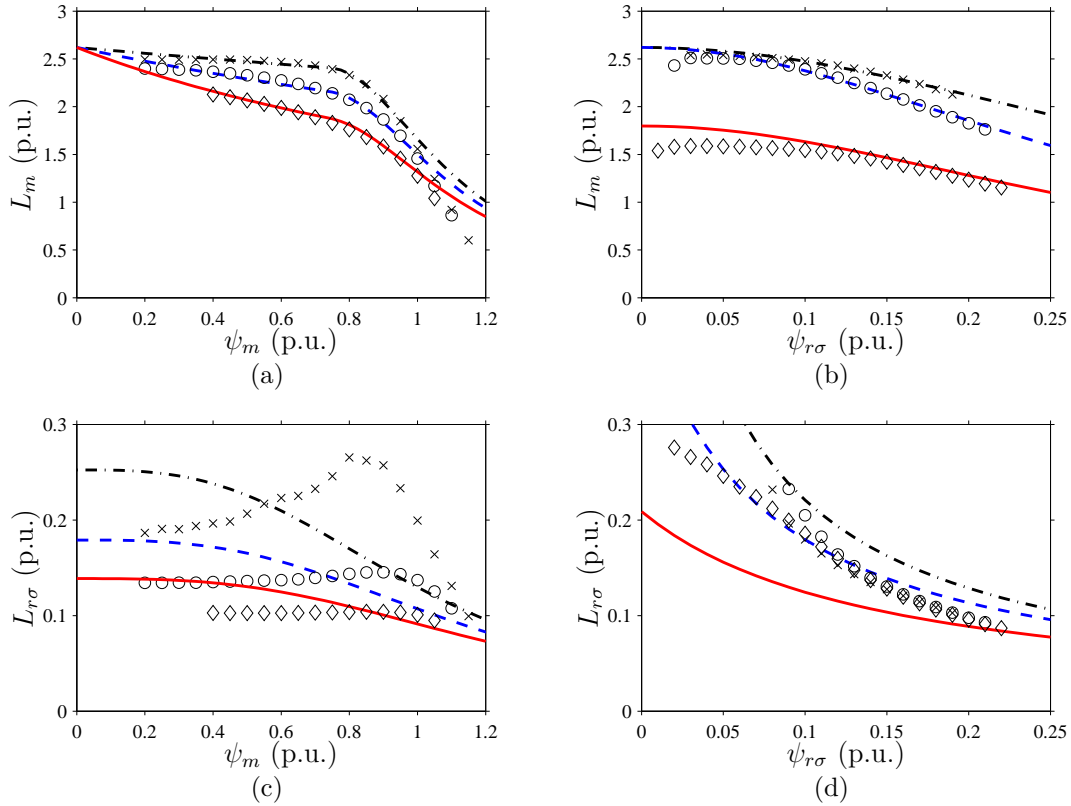
on kuvien 6(a) ja 7(a) välillä. Kuvassa 7(a) magnetointi-induktanssien arvot eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvoilla yhtyvät päävuon lähestyessä nollaa, kun kuvassa 6(a) magnetointi-induktanssien käyrät puolestaan lähestyvät eri pisteitä roottorin hajavuon arvosta riippuen. Tämä johtuu magnetointi-induktanssin polynomimallissa mukana olevista keskinäiskylläystermistä, jotka eivät riipu päävuosta ( $f \propto \psi_{r\sigma}^n$ ). Moottoria käytetään kuitenkin tyypillisesti alueella  $\psi_m > 0,2$  p.u., eikä mallien välillä ole kuvien perusteella tällä alueella suuria eroja.



Kuva 7: Potenssifunktiomalli sovitettuna suoraan elementtimenetelmällä saatuun 2,2 kW:n moottorin dataan: (a)  $L_m$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (b)  $L_m$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla, (c)  $L_{r\sigma}$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (d)  $L_{r\sigma}$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla. Kuvissa (a) ja (c)  $\psi_{r\sigma}$ :n arvot ovat 0,09 p.u. (pistekatkoviiva), 0,14 p.u. (katkoviiva) ja 0,19 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (b) ja (d)  $\psi_m$ :n arvot ovat 0,4 p.u. (pistekatkoviiva), 0,7 p.u. (katkoviiva) ja 1,0 p.u. (yhtenäinen viiva).

### 5.1.3 Paloittain määritelty malli

Sovelluksissa, joissa korkean kertaluvun potenssifunktiot ovat hankalia tai hitaita toteuttaa, saattaa paloittain määritelty malli osoittautua kiinnostavaksi. Tämän vuoksi sovittiin elementtimenetelmällä laskettuun dataan vielä paloittain määritelty malli. Elementtimenetelmällä saadut induktanssien arvot ja paloittain määritellyllä funktiolla lasketut induktanssien arvot on esitetty kuvassa 8 kuvia 6 ja 7 vastaavalla tavalla. Sovituksessa saadut parametrit on esitetty taulukossa 4.



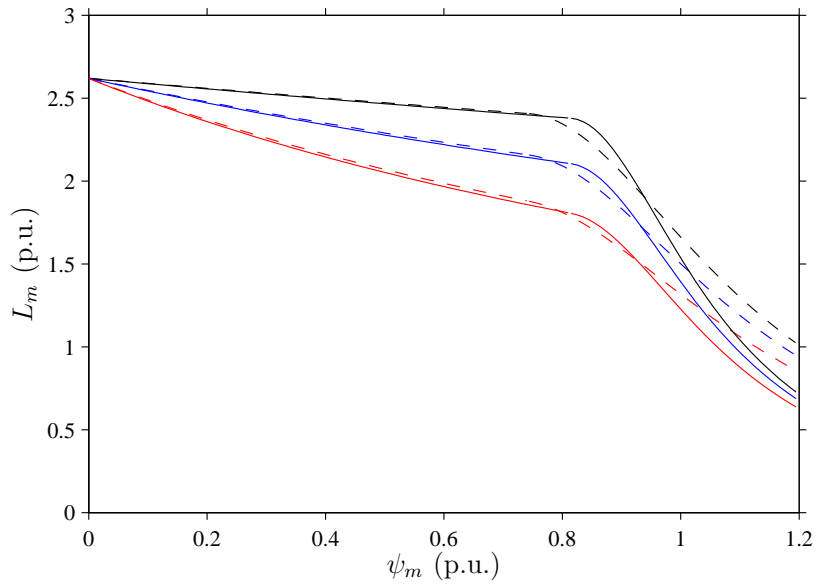
Kuva 8: Paloittain määritelty malli sovitettuna suoraan elementtimenetelmällä saatuun dataan: (a)  $L_m$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (b)  $L_m$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla, (c)  $L_{r\sigma}$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (d)  $L_{r\sigma}$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla. Kuvissa (a) ja (c)  $\psi_{r\sigma}$ :n arvot ovat 0,09 p.u. (pistekatkoviiva), 0,14 p.u. (katkoviiva) ja 0,19 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (b) ja (d)  $\psi_m$ :n arvot ovat 0,4 p.u. (pistekatkoviiva), 0,7 p.u. (katkoviiva) ja 1,0 p.u. (yhtenäinen viiva).

Kuvan 8(a) perusteella mallin ennustama magnetointi-induktanssi alkaa poiketa elementtimenetelmällä lasketuista arvoista, kun  $\psi_m > 1$  p.u. Tämä johtuu siitä, että ennen sovittua dataa on rajattu ja toimintapisteitä, joille  $\psi_m > 1$  p.u. ei ole käytetty sovituksessa. Mallin tarkkuutta päävuon arvoilla  $\psi_m > 1$  voisi lisätä datan ylärajaa nostamalla. Kuvassa 9 on esitetty magnetointi-induktanssi päävuon funktiona, kun sovituksessa on käytetty datalle ylärajoja  $\psi_m = 1,0$  p.u. ja  $\psi_m = 1,1$  p.u. Ylärajan siirtymisen myötä myös funktioiden rajan määrittävä päävuon arvo  $\psi_{m0}$

Taulukko 4: Paloittain määritellyn mallin parametrit (p.u.) 2,2 kW:n moottorin FEM-dataan sovitettuna.

$L_{mu}$	$L_{r\sigma u}$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\psi_{m0}$
2,620	0,926	31,23	11,24	1,435	0,744

siirtyy, tässä tapauksessa arvosta 0,744 p.u. arvoon 0,815 p.u., kun datan yläraja kasvaa arvosta 1,0 p.u. arvoon 1,1 p.u.

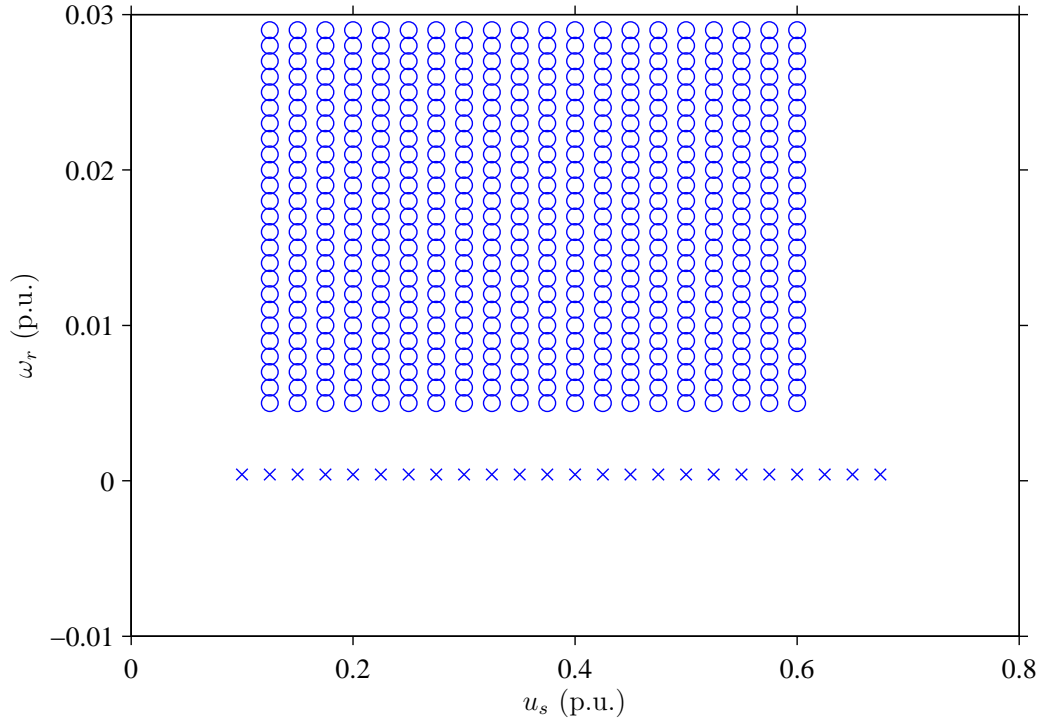


Kuva 9: Paloittain määritelty magnetointi-induktanssi, kun sovituksessa on käytetty ylärajana  $\psi_m = 1,1$  p.u. (yhtenäinen viiva) ja  $\psi_m = 1,0$  p.u. (katkoviiva).

## 5.2 45 kW:n moottori – potenssifunktiomalli

45 kW:n moottorin FEM-dataan sovitettiin suoraan vain potenssifunktiomalli. Jotta suoralla sovitukseen saatuja parametrien arvoja voisi paremmin vertailla epäsuoralla sovitukseen saatuihin arvoihin, samoja kuormituspisteitä käytettiin parametrien epäsuorassa sovituksessa. Tyhjäkäyntipisteitä käytettiin vain parametrien epäsuorassa sovituksessa. Sovituksessa käytettyjen toimintapisteiden jättämät ja staattorijännitteiden itseisarvot on esitetty kuvassa 10. Staattorin taajuus  $\omega_s$  on 0,5 p.u.

Potenssifunktiomallin parametrit  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ja  $d$  pyöristettiin ensimmäisen sovituserän jälkeen lähimpään kokonaislukuun tai puolikokonaislukuun, jonka jälkeen kertoimet sovitettiin uudestaan. Sovituksessa saadut parametrit on esitetty taulukossa 5. Elementtimenetelmällä saadut induktanssien arvot ja potenssifunktiolla lasketut



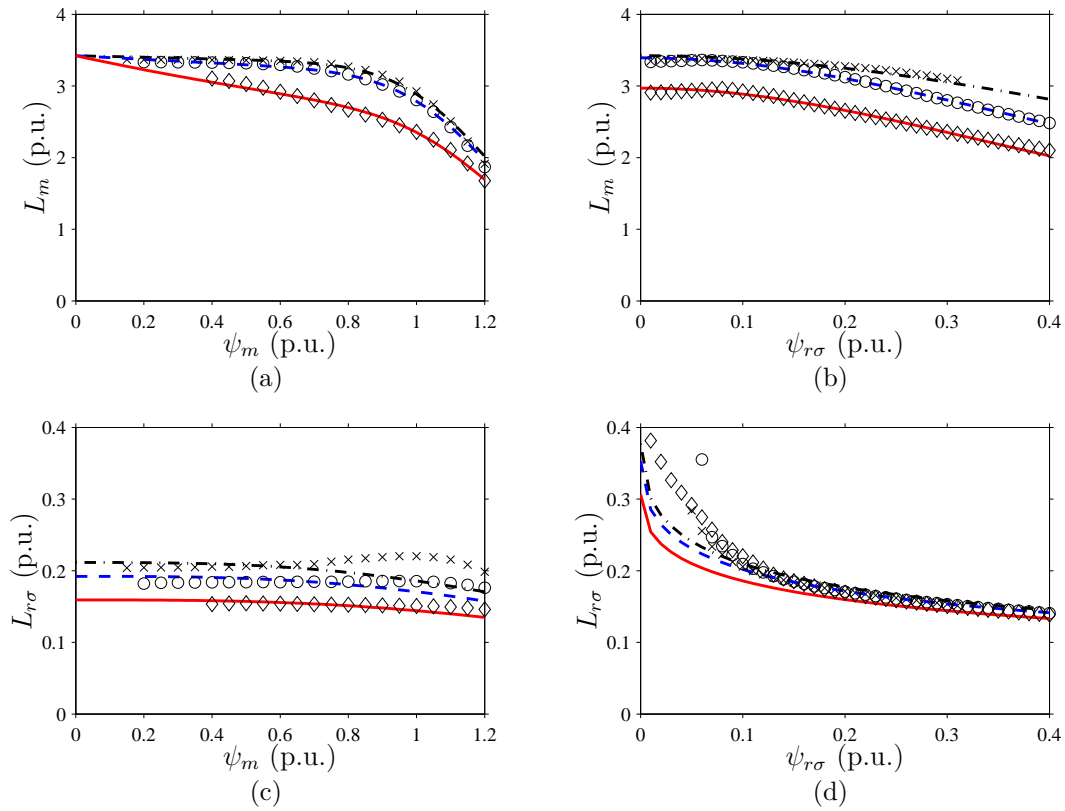
Kuva 10: 45 kW:n moottorin elementtimenetelmällä lasketun datan parametrien estimoinnissa käytettyjen toimintapisteiden jättämät ja staattorijännitteiden itseisarvot. Ympyrät ovat kuormituskokeiden toimintapisteitä, ristit tyhjäkäyntikokeen toimintapisteitä. Staattorin kulmataajuus on 0,5 p.u.

induktanssien arvot on esitetty kuvassa 11 kuvaa 7 vastaavalla tavalla.

Kuvien perusteella malli ennustaa induktanssien käyttäytymisen varsin tarkasti. Koska roottorin hajainduktanssissa oleva huippu on 45 kW:n moottorin datassa pienempi kuin 2,2 kW:n moottorin datassa, malli ennustaa roottorin hajainduktanssin paremmin kuin 2,2 kW:n moottorin tapauksessa. Päävuon vaikutus roottorin hajainduktanssiin on pienehkö, mutta roottorin hajavuon vaikutus magnetointi-induktanssiin on varsin suuri.

Taulukko 5: Potenssifunktio mallin parametrit (p.u.) 45 kW:n moottorin FEM-dataan sovitettuna.

$L_{mu}$	$L_{r\sigma u}$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$a$	$b$	$c$	$d$
3,42	0,383	0,152	2,57	1,97	8,0	0,5	1,0	0,0



Kuva 11: Potenssifunktioimalli sovitettuna suoraan elementtimenetelmällä saatuun 45 kW:n moottorin dataan: (a)  $L_m$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (b)  $L_m$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla, (c)  $L_{r\sigma}$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (d)  $L_{r\sigma}$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla. Kuvissa (a) ja (c)  $\psi_{r\sigma}$ :n arvot ovat 0,10 p.u. (pistekatkoviiva), 0,15 p.u. (katkoviiva) ja 0,30 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (b) ja (d)  $\psi_m$ :n arvot ovat 0,4 p.u. (pistekatkoviiva), 0,7 p.u. (katkoviiva) ja 1,0 p.u. (yhtenäinen viiva).

## 6 Tulokset – epäsuora sovitus

### 6.1 2,2 kW:n moottori

#### 6.1.1 Elementtimenetelmä

Kohdassa 4.2 esitettyä epäsuoraa sovitusmenetelmää sovellettiin ensin elementtimenetelmällä laskettuun 2,2 kW:n moottorin dataan. Kustannusfunktioina käytettiin funktioita (54) ja (68), jotka minimoitiin Matlabin lsqnonlin-funktiolla. Kustannusfunktiossa (68) painokertoimeksi valittiin  $k = L_{mu} + L_{r\sigma u}$ , jolloin vääntömomentin arvo 1,0 p.u. on likimain yhtä suuri kuin roottorin induktanssin suurin arvo.

Ongelmiksi muodostuivat potenssifunktiomallin parametrien  $b$ ,  $c$  ja  $d$  sovittaminen, sovituksessa käytettyjen rajojen valinta ja elementtimenetelmällä lasketun datan epäluotettavuus lähellä tyhjäkäyntiä. Parametrien arvot ja malleilla estimoidut arvot induktansseille verrattuna elementtimenetelmällä saatuihin arvoihin vaihtelivat käytettyjen rajojen mukana jonkin verran. Funktioilla laskettujen induktanssien ja elementtimenetelmällä saatujen arvojen välinen ero rajojen vaihtuessa johtunee osittain havaitusta FEM-datan epäresiprookkisuudesta.

Suorassa sovituksessa elementtimenetelmällä laskettuun 2,2 kW:n moottorin dataan parametreille  $b$ ,  $c$  ja  $d$  saatiin arvot  $b = 1$ ,  $c = 1$  ja  $d = 0,5$ , jotka epäsuorassa sovituksessa olivat kiinnitettyjä. Staattoriresistanssi kiinnitettiin datan perusteella arvoon  $R_s = 0,0779$  p.u. Sovituksessa saadut parametrien arvot on esitetty taulukossa 6.

Taulukon 6 perusteella erityisesti roottorin hajainduktanssin mallin parametrit  $L_{r\sigma u}$  ja  $\beta$  poikkeavat suoralla sovitusmenetelmällä saaduista parametreistä. Syynä parametrien eroavuudelle ovat muun muassa oletus vakiona pysyvistä staattorin hajainduktanssista, joka vaikuttaa ensisijaisesti parametreihin  $L_{mu}$ ,  $\alpha$  ja  $a$ . Koska sovituksessa saatu staattorin hajainduktanssin arvo (0,0225 p.u.) on huomattavasti pienempi kuin elementtimenetelmällä laskettu arvo (n. 0,067 p.u.), osa staattorin hajainduktanssista pakkautuu sovituksessa magnetointi-induktanssiin sekä roottorin hajainduktanssiin ja lopputuloksena saadut parametrit ovat  $\Gamma$ -sijaiskytkennän ja T-sijaiskytkennän välimaastosta.

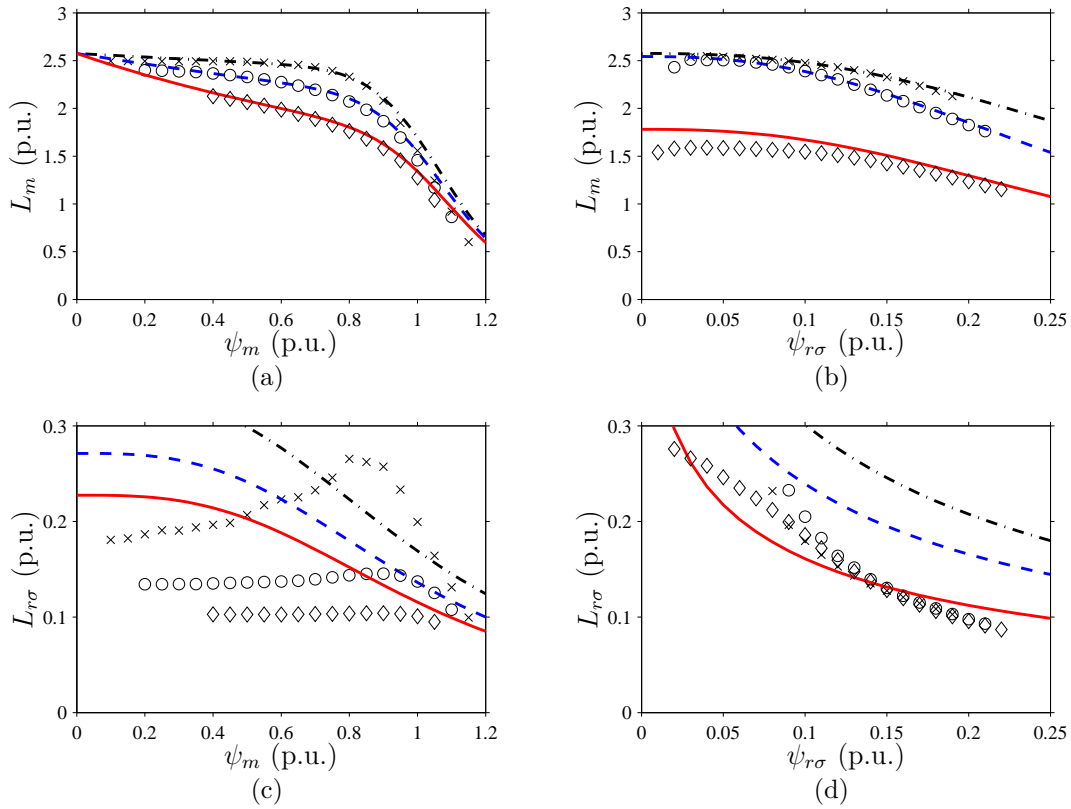
Lisäksi kustannusfunktiossa (68) minimoidaan kahden eri tavalla lasketun roottori-induktanssin välistä virhettä, kun yhtälössä (50) puolestaan minimoidaan estimoitujen ja todellisten induktanssien välistä virhettä. Roottorin hajainduktanssidatassa havaittu epäresiprookkisuus vaikuttaa erityisesti kustannusfunktiolla (68) saatuihin

Taulukko 6: Potenssifunktiomallin parametrit (p.u.) 2,2 kW:n moottorin FEM-dataan epäsuorasti sovitettuna.

$L_{mu}$	$L_{r\sigma u}$	$L_{s\sigma}$	$R_{r0}$	$h$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$a$	$b$	$c$	$d$
2,57	0,587	0,0225	0,0401	0,245	0,446	8,31	29,3	10,0	1,0	1,0	0,5

tuloksiin: jos magnetointi-induktanssin virhe eriteltäisiin omaksi kustannusfunktioiksi, voisivat sovituksessa saatujen parametrien arvot olla lähempänä suoralla sovituksella saatuja arvoja.

Elementtimenetelmällä saadut induktanssien arvot ja epäsuorasti sovitetuilla funktiolla lasketut induktanssien arvot on esitetty kuvassa 12 kuvaa 7 vastaavalla tavalla. Vaikka epäsuoralla menetelmällä saadut parametrien arvot poikkeavatkin suoralla menetelmällä saaduista parametreista, ero laskettujen magnetointi-induktanssien arvojen välillä kuvien 7 ja 12 perusteella on pieni. Roottorin hajainduktanssin suuremmat arvot kuvassa 12 kuvaan 7 verrattuna johtunevat pääosin edellä mainitusta staattorin hajainduktanssin estimointivirheen vaikutuksesta.

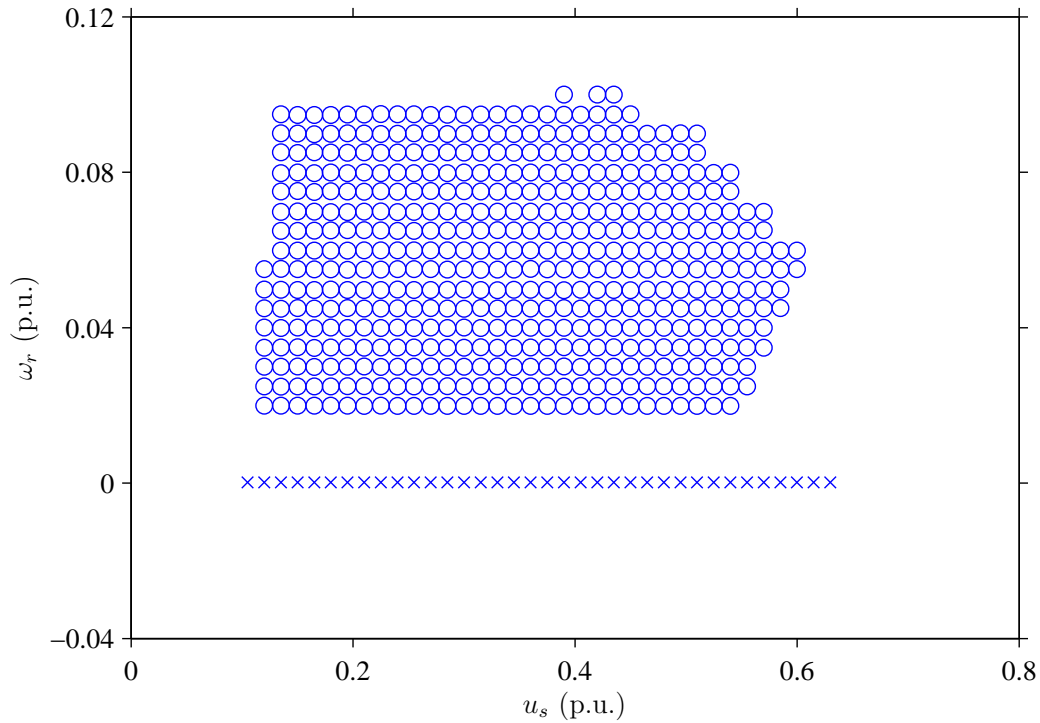


Kuva 12: Potenssifunktioimalli sovitettuna epäsuorasti elementtimenetelmällä saatuun 2,2 kW:n moottorin dataan: (a)  $L_m$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (b)  $L_m$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla, (c)  $L_{r\sigma}$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (d)  $L_{r\sigma}$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla. Kuvissa (a) ja (c)  $\psi_{r\sigma}$ :n arvot ovat 0,09 p.u. (pistekatkoviiva), 0,14 p.u. (katkoviiva) ja 0,19 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (b) ja (d)  $\psi_m$ :n arvot ovat 0,4 p.u. (pistekatkoviiva), 0,7 p.u. (katkoviiva) ja 1,0 p.u. (yhtenäinen viiva).

### 6.1.2 Kokeellinen data

Laboratoriokokeissa 2,2 kW:n oikosulkumoottoria syötettiin taajuusmuuttajalla. Kokeissa käytettiin useita eri staattorijännitteen itseisarvoja, mutta staattorijännitteen

taajuus pidettiin vakiona. Taajuudeksi valittiin  $\omega_s = 0,5$  p.u., jotta mittauksia voisi suorittaa ylimagnetoidussa tilassa ilman, että staattorijännitteen itseisarvo nostaan nimellistä arvoa suuremmaksi. Jättämäkulmataajuus  $\omega_r$  säädettiin servomootorin avulla halutuksi. Sovituksessa käytettyjen toimintapisteiden jättämät ja staattorijännitteiden itseisarvot on esitetty kuvassa 13. Ennen sovitusta staattoriressistanssi kiinnitettiin tasajännitekokeen perusteella arvoon  $R_s = 0,0628$  p.u.



Kuva 13: 2,2 kW:n moottorin kokeellisen datan epäsuorassa sovituksessa käytettyjen toimintapisteiden jättämät ja staattorijännitteiden itseisarvot. Ympyrät ovat kuormituskokeiden toimintapisteitä, ristit tyhjäkäyntikokeen toimintapisteitä. Staattorin kulmataajuus on 0,5 p.u.

Elementtimenetelmällä saatuun dataan suoraan sovitettuja funktioiden parametreja voi pitää lähinnä alkuarvoina estimoidessa mallin parametreja kokeellisesta datasta. Koska mallin (42) parametrien  $b$ ,  $c$  ja  $d$  sovitus antamalla näiden olla vapaasti variautuvia parametreja osoittautui varsin ongelmalliseksi, nämä parametrit sovitettiin muokkaamalla mallia hieman.

Potenssifunktioon (42) lisättiin aluksi kaksi ylimääräistä keskinäiskylläystermiä. Parametri  $b$  kiinnitettiin arvoon 1 ja keskinäiskylläystermien parametripareil-



le  $(c, d)$  annettiin ensiksi arvot  $\{(0, 0), (0, 1), (1, 0)\}$  joilloin malliksi tulee

$$\mathbf{i}_m = \frac{\psi_m}{L_{mu}} \left( 1 + \alpha \psi_m^a + \frac{\gamma L_{mu}}{2} \psi_{r\sigma}^2 + \frac{\delta L_{mu}}{3} \psi_{r\sigma}^3 + \frac{\epsilon L_{mu}}{2} \psi_m \psi_{r\sigma}^2 \right) \quad (72a)$$

$$\mathbf{i}_r = \frac{\psi_{r\sigma}}{L_{r\sigma u}} \left( 1 + \beta \psi_{r\sigma} + \frac{\gamma L_{r\sigma u}}{2} \psi_m^2 + \frac{\delta L_{r\sigma u}}{2} \psi_m^2 \psi_{r\sigma} + \frac{\epsilon L_{r\sigma u}}{3} \psi_m^3 \right) \quad (72b)$$

Parin  $(0, 0)$  kertoimeksi saatiin sovituksessa  $\gamma = 0,0251$ , parin  $(0, 1)$  kertoimeksi  $\delta = 0,0203$  ja parin  $(1, 0)$  kertoimeksi  $\epsilon = 14,3053$ . Tämän perusteella parametrin  $c$  arvo 1 vaikuttaa dominoivan mallia.

Jotta saataisiin vielä selville parametrin  $d$  dominoiva arvo, asetetaan parametripaareiksi  $\{(1, 0), (1, 0,5), (1, 0)\}$ , jolloin malliksi tulee

$$\mathbf{i}_m = \frac{\psi_m}{L_{mu}} \left( 1 + \alpha \psi_m^a + \frac{\gamma L_{mu}}{2} \psi_m \psi_{r\sigma}^2 + \frac{\delta L_{mu}}{2,5} \psi_m \psi_{r\sigma}^{2,5} + \frac{\epsilon L_{mu}}{3} \psi_m \psi_{r\sigma}^3 \right) \quad (73a)$$

$$\mathbf{i}_r = \frac{\psi_{r\sigma}}{L_{r\sigma u}} \left( 1 + \beta \psi_{r\sigma} + \frac{\gamma L_{r\sigma u}}{3} \psi_m^3 + \frac{\delta L_{r\sigma u}}{3} \psi_m^3 \psi_{r\sigma}^{0,5} + \frac{\epsilon L_{r\sigma u}}{3} \psi_m^3 \psi_{r\sigma} \right) \quad (73b)$$

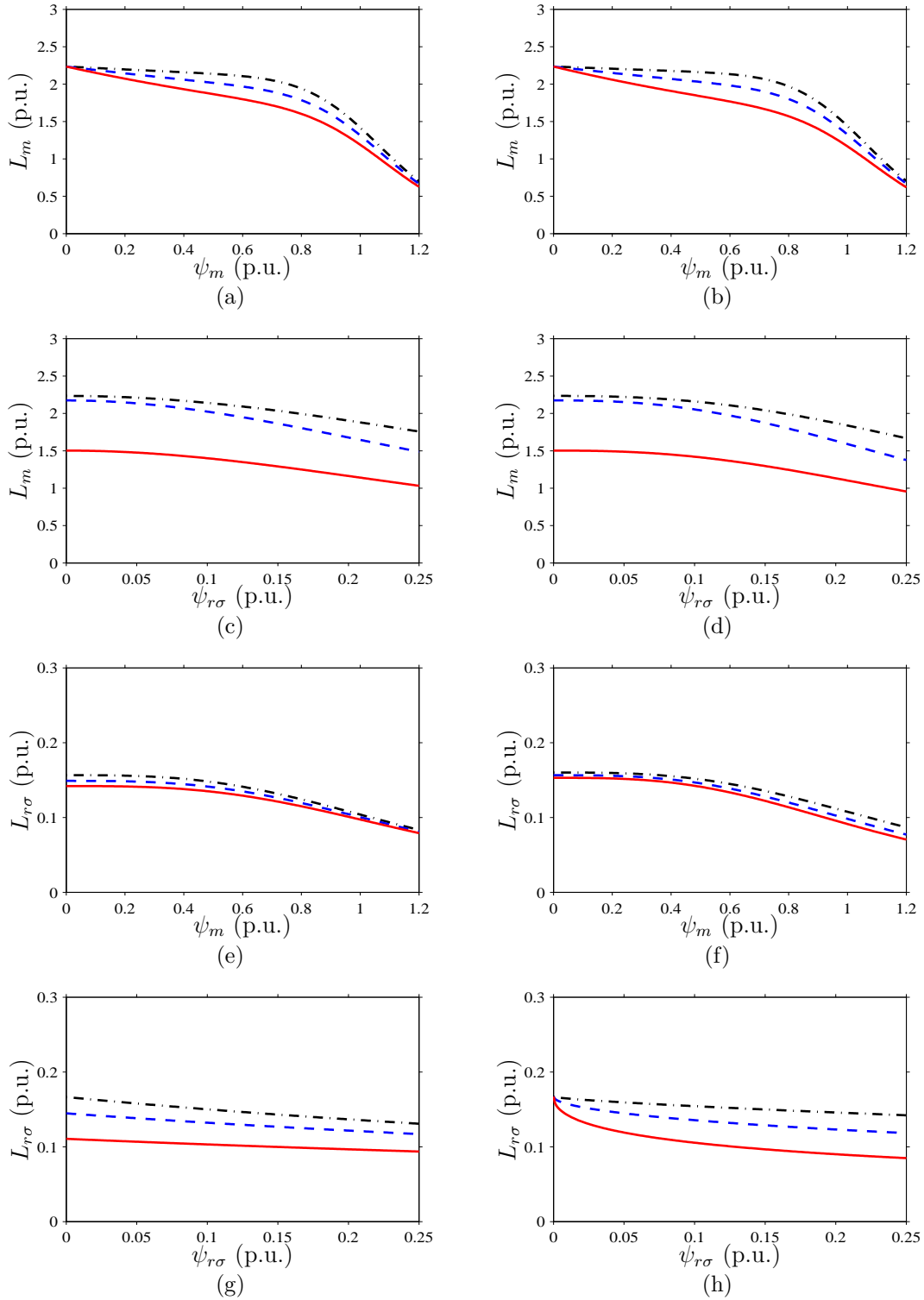
Parin  $(1, 0)$  kertoimeksi saatiin sovituksessa  $\gamma = 13,3670$ , parin  $(1, 0,5)$  kertoimeksi  $\delta = 0,0014$  ja parin  $(1, 1)$  kertoimeksi  $\epsilon = 0,0125$ . Tämän perusteella voidaan päätellä parin  $(1, 0)$  dominoivan induktanssien käyttäytymistä ja käyttää parametreja  $b = 1$ ,  $c = 1$  ja  $d = 0$  mallin (42) lopullisessa sovituksessa. Vastaavalla tavalla voitaisiin hakea parametrille  $b$  optimaalisempaa kokonaislukuarvoa tai puolikokonaislukuarvoa. Koska elementtimenetelmällä lasketun datan sovituksessa käytettiin arvoa  $d = 0,5$ , sovitetiin malli myös tällä parametrin arvolla.

Sovitetuilla funktioilla lasketut induktanssien arvot on esitetty kuvassa 14 kuvaa 7 vastaavalla tavalla. Kuvissa 14(a), 14(c), 14(e) ja 14(g) on käytetty parametrille  $d$  arvoa 0, ja kuvissa 14(b), 14(d), 14(f) ja 14(h)  $d = 0,5$ . Kokeelliseen dataan sovitettut funktiot käyttäytyvät samankaltaisesti kuin elementtimenetelmällä laskettuihin arvoihin sovitettut funktiot. Suurimpana erona verrattuna elementtimenetelmällä saatuihin arvoihin on magnetointi-induktanssin loivempi lasku suurilla päävuon arvoilla (pienempi  $a$ ) ja pienemmät roottorin hajainduktanssin arvot. Roottorin hajavuon vaikutus roottorin hajainduktanssiin on elementtimenetelmän ennustamaa vaikutusta pienempi molemmilla sovituksessa käytetyillä  $d$ :n arvoilla. Sovituksessa saadut parametrit on annettu taulukossa 7.

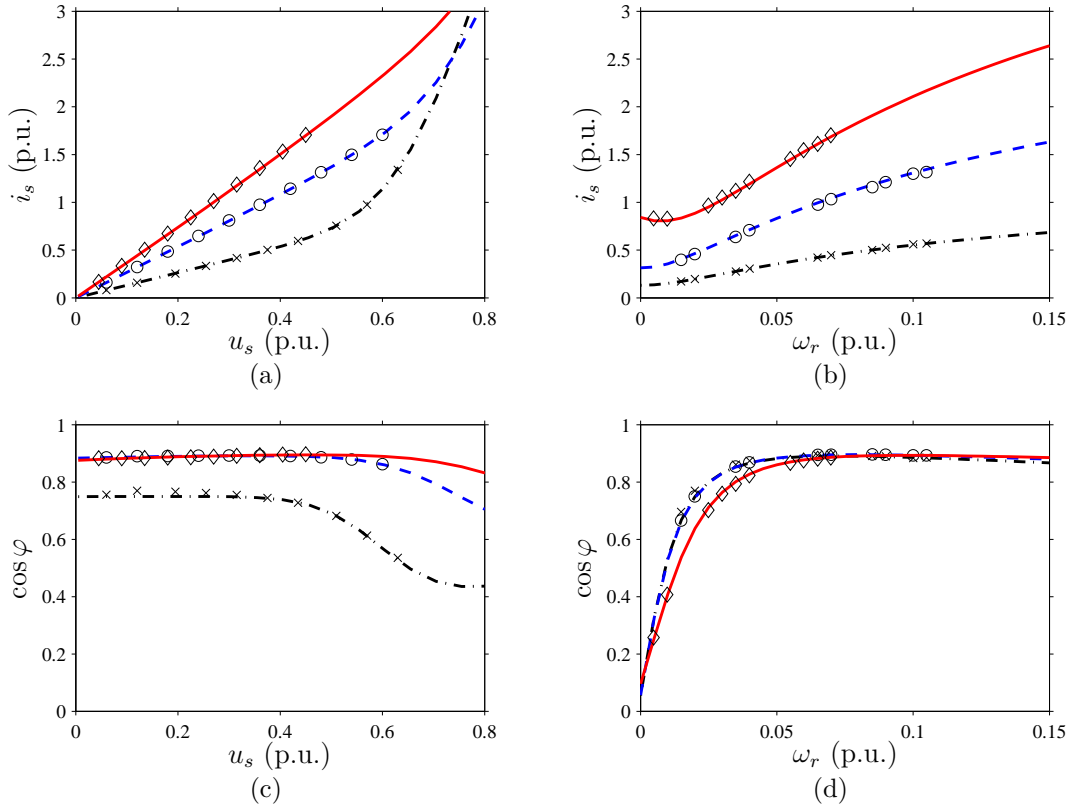
Vertailun vuoksi mitatut ja parametrilla  $d = 0$  sovitettun mallin avulla estimoidut staattorivirran arvot on esitetty kuvassa 15. Kuvassa 15(a) staattorivirran itseisarvo

Taulukko 7: Potenssifunktiomallin parametrit (p.u.) 2,2 kW:n moottorin mitattuun dataan epäsuorasti sovitettuna.

$L_{mu}$	$L_{r\sigma u}$	$L_{s\sigma}$	$R_{r0}$	$h$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$a$	$b$	$c$	$d$
2,24	0,167	0,0418	0,0372	1,32	0,487	0,485	30,4	8,0	1,0	1,0	0,5
2,24	0,173	0,0418	0,0373	1,27	0,487	1,13	9,71	8,0	1,0	1,0	0,0



Kuva 14: Potenssifunktioimalli sovitettuna epäsuorasti 2,2 kW:n moottorin mitattuun dataan: (a) ja (b)  $L_m$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (c) ja (d)  $L_m$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla, (e) ja (f)  $L_{r\sigma}$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (g) ja (h)  $L_{r\sigma}$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla. Kuvissa (a), (b), (e) ja (f)  $\psi_{r\sigma}$ :n arvot ovat 0,09 p.u. (pistekatkoviiva), 0,14 p.u. (katkoviiva) ja 0,19 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (c), (d), (g) ja (h)  $\psi_m$ :n arvot ovat 0,4 p.u. (pistekatkoviiva), 0,7 p.u. (katkoviiva) ja 1,0 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (a), (c), (e) ja (g) parametri  $d = 0$ . Kuvissa (b), (d), (f) ja (h) parametri  $d = 0,5$ .



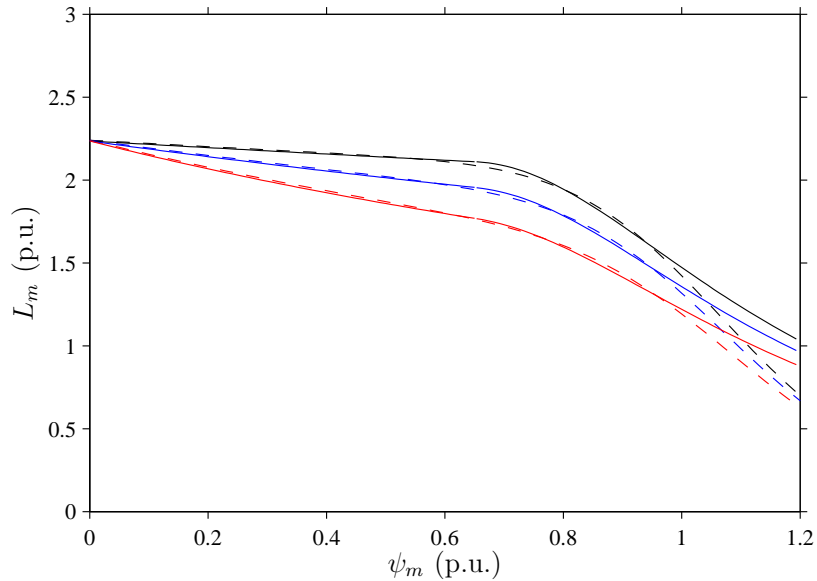
Kuva 15: Potenssifunktiomalli sovitettuna epäsuorasti 2,2 kW:n moottorin mitattuun dataan, parametri  $d = 0$ : (a) staattorivirran itseisarvo  $i_s$  staattorijännitteen itseisarvon  $u_s$  funktiona kolmella eri jättämän  $\omega_r$  arvolla, (b)  $i_s$   $\omega_r$ :n funktiona kolmella eri  $u_s$ :n arvolla, (c) tehokerroin  $\cos \varphi$   $u_s$ :n funktiona kolmella eri  $\omega_r$ :n arvolla, (d)  $\cos \varphi$   $\omega_r$ :n funktiona kolmella eri  $u_s$ :n arvolla. Kuvissa (a) ja (c)  $\omega_r$ :n arvot ovat 0,02 p.u. (pistekatkoviiva), 0,06 p.u. (katkoviiva) ja 0,1 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (b) ja (d)  $u_s$ :n arvot ovat 0,15 p.u. (pistekatkoviiva), 0,35 p.u. (katkoviiva) ja 0,55 p.u. (yhtenäinen viiva). Staattorin kulmataajuus on 0,5 p.u.

$i_s$  on esitetty staattorijännitteen itseisarvon  $u_s$  funktiona kolmella eri  $\omega_r$ :n arvolla. Kuvassa 15(b)  $i_s$  on esitetty  $\omega_r$ :n funktiona kolmella eri  $u_s$ :n arvolla. Vastaavaa esitystä tehokerroimelle  $\cos \varphi$  on käytetty kuvissa 15(c) ja 15(d). Staattorivirran arvot saatiin syöttämällä malliin haluttu staattorijännite ja jättämä ja etsimällä päävuolle  $\psi_m$  ja roottorin hajavuolle  $\psi_{r\sigma}$  arvot, joilla pysyvän tilan jänniteyhtälöt (8) toteutuvat. Staattorin kulmataajuus on 0,5 p.u.

Malli ennustaa staattorivirran itseisarvon ja tehokerroimen varsin tarkasti. Kun kustannusfunktiossa (68) painotettiin vain roottori-induktanssin virhettä, vain vääntömomentin virhettä tai roottoriresistanssi pidettiin vakiona, painotuksesta riippuen joko virran itseisarvo tai tehokerroin poikkesi mitatusta.

Potenssifunktiomallilla laskettiin 2,2 kW:n moottorille joukko toimintapisteitä, joihin suoraa sovitustietoa käyttäen sovitettiin paloittain määritelty malli. Varmistukseksi dataan sovitettiin suoraan myös potenssifunktiomalli, josta tuloksena

saatiin odotetusti alkuperäiset parametrit. Paloittain määritellyn mallin parametrit on annettu taulukossa 8. Potenssifunktiolla kuvatun ja paloittain määritellyllä funktiolla kuvatun magnetointi-induktanssin välistä eroa on demonstroitu kuvassa 16. Kuvan perusteella paloittain määritelty malli on varsin tarkka sovituksessa käytettyyn päävuon maksimiarvoon (1,0 p.u.) saakka.



Kuva 16: Paloittain määritelty magnetointi-induktanssi (yhtenäinen viiva) ja potenssifunktiolla kuvattu magnetointi-induktanssi (katkoviiva).

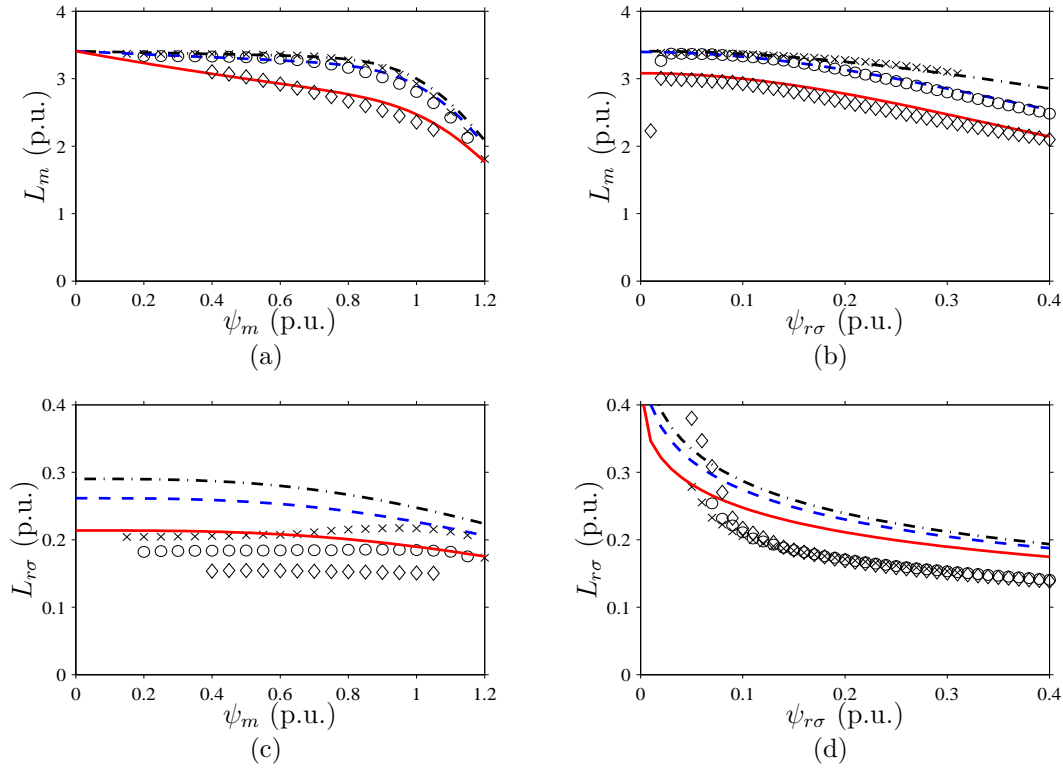
Taulukko 8: Paloittain määritellyn mallin parametrit (p.u.) 2,2 kW:n moottorin mitattuun dataan sovitettuna.

$L_{mu}$	$L_{rsu}$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\psi_{m0}$
2,24	0,173	1,07	10,1	1,41	0,654

## 6.2 45 kW:n moottori

### 6.2.1 Elementtimenetelmä

Potenssifunktio malli sovitettiin epäsuorasti 45 kW:n moottorin FEM-dataan. Suorassa sovituksessa 45 kW:n moottorille parametreille  $b$ ,  $c$  ja  $d$  saatiin arvot  $b = 0$ ,  $c = 1$  ja  $d = 0$ , jotka epäsuorassa sovituksessa olivat kiinnitettyjä. Staattori-resistanssi kiinnitettiin datan perusteella arvoon  $R_s = 0,0138$  p.u. Sovituksessa saadut parametrien arvot on esitetty taulukossa 9. Taulukoiden 9 ja 5 perusteella epäsuoralla sovituksella saadut parametrit poikkeavat jonkin verran suoralla sovitusmenetel-



Kuva 17: Potenssifunktioimalli sovitettuna epäsuorasti elementtimenetelmällä saatuun 45 kW:n moottorin dataan: (a)  $L_m$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (b)  $L_m$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla, (c)  $L_{r\sigma}$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (d)  $L_{r\sigma}$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla. Kuvissa (a) ja (c)  $\psi_{r\sigma}$ :n arvot ovat 0,10 p.u. (pistekatkoviiva), 0,15 p.u. (katkoviiva) ja 0,30 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (b) ja (d)  $\psi_m$ :n arvot ovat 0,4 p.u. (pistekatkoviiva), 0,7 p.u. (katkoviiva) ja 1,0 p.u. (yhtenäinen viiva).

mällä saaduista parametreistä, varsinkin tyhjäkäyntisovituksella saadut parametrit  $\alpha$  ja  $a$ .

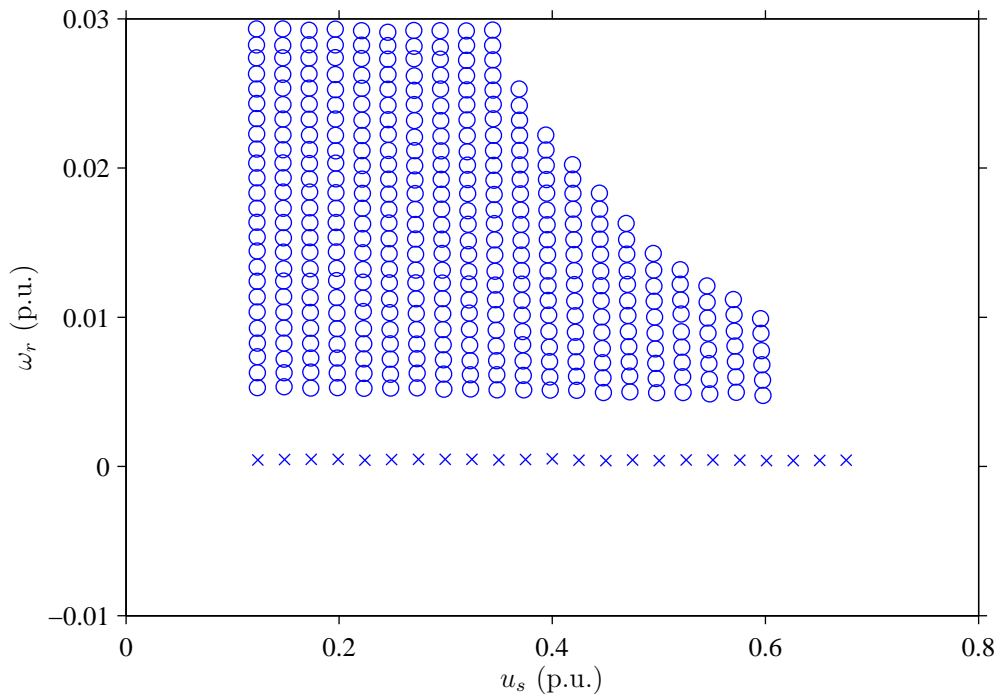
Elementtimenetelmällä saadut induktanssien arvot ja epäsuorasti sovitetuilla funktioilla lasketut induktanssien arvot on esitetty kuvassa 17 kuvaa 11 vastaavalla tavalla. Kuvien perusteella mallin ennustamat roottorin hajainduktanssien arvot poikkeavat hieman elementtimenetelmällä lasketuista arvoista. Syyt parametrien eroavaisuuksiin ja hieman kasvaneeseen roottorin hajainduktanssiin ovat samat kuin 2,2 kW:n moottorin datan epäsuorassa sovituksessa.

Taulukko 9: Potenssifunktioimallin parametrit (p.u.) 45 kW:n moottorin FEM-dataan epäsuorasti sovitettuna.

$L_{mu}$	$L_{r\sigma u}$	$L_{s\sigma}$	$R_{r0}$	$h$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$a$	$b$	$c$	$d$
3,41	0,588	0,0401	0,0102	0,677	0,106	3,19	1,80	9,5	0,5	1,0	0,0

### 6.2.2 Kokeellinen data

Laboratoriokokeissa 45 kW:n oikosulkumoottoria syötettiin taajuusmuuttajalla. Kokeissa käytettiin useita eri staattorijännitteen itseisarvoja, mutta staattorijännitteen taajuus pidettiin vakiona (0,5 p.u.). Jättämäkulmataajuus  $\omega_r$  säädettiin servomootorin avulla halutuksi. Mittausten aikana moottorin lämpötila pyrittiin pitämään mahdollisimman vakiona lähellä huoneenlämpöä. Sovituksessa käytettyjen toimintapisteiden jättämät ja staattorijännitteiden itseisarvot on esitetty kuvassa 18. Ennen sovitusta staattoriresistanssi kiinnitettiin tasajännitekokeen perusteella arvoon  $R_s = 0,0163$  p.u. Parametrit  $b$ ,  $c$  ja  $d$  kiinnitettiin arvoihin  $b = 0,5$ ,  $c = 1$  ja  $d = 0$ . Sovituksessa saadut parametrit on annettu taulukossa 10.

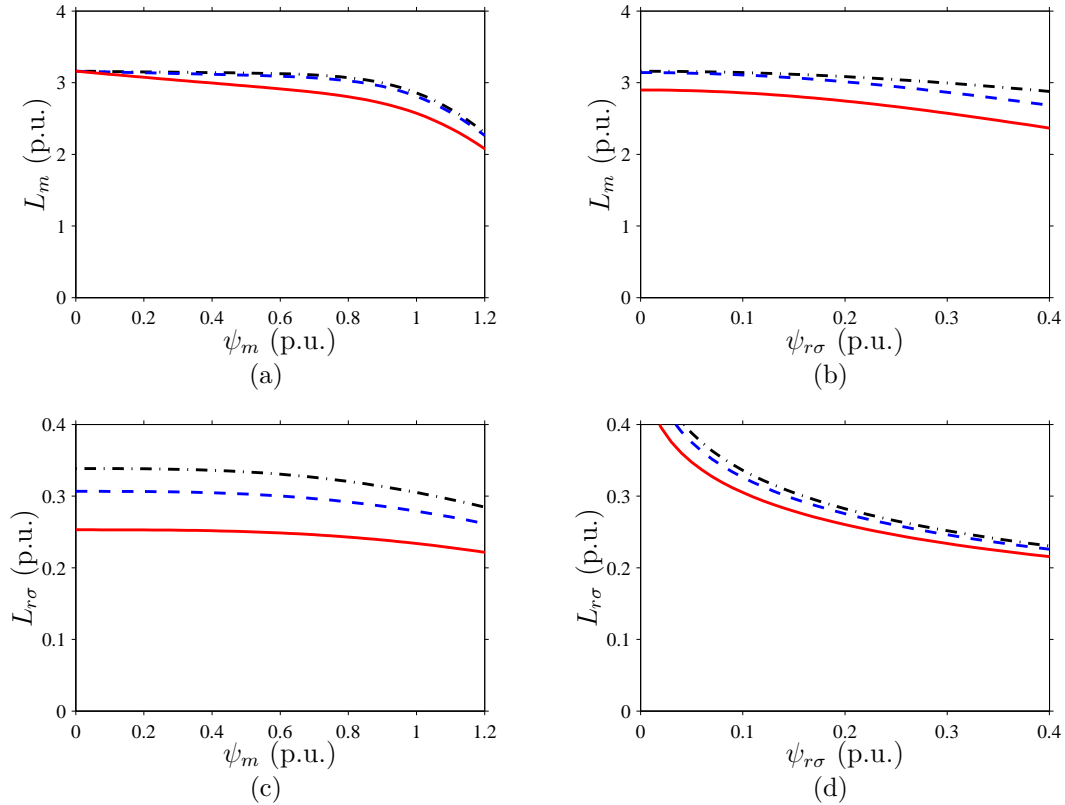


Kuva 18: 45 kW:n moottorin kokeellisen datan epäsuorassa sovituksessa käytettyjen toimintapisteiden jättämät ja staattorijännitteiden itseisarvot. Ympyrät ovat kuormituskokeiden toimintapisteitä, ristit tyhjäkäyntikokeen toimintapisteitä. Staattorin kulmataajuus on 0,5 p.u.

Taulukko 10: Potenssifunktioimallin parametrit (p.u.) 45 kW:n moottorin mitattuun dataan epäsuorasti sovitettuna.

$L_{mu}$	$L_{r\sigma u}$	$L_{s\sigma}$	$R_{r0}$	$h$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$a$	$b$	$c$	$d$
3,16	0,628	0,0129	0,0102	6,06	0,0905	2,71	0,970	7,5	0,5	1,0	0,0

Sovitetuilla funktioilla lasketut induktanssien arvot on esitetty kuvassa 19 kuvaa 17 vastaavalla tavalla. Kokeelliseen dataan sovitetut funktiot käyttäytyvät samankaltaisesti kuin elementtimenetelmällä laskettuihin arvoihin sovitetut funktiot. Keskinäiskyllästyksen merkitys on hieman pienempi kuin elementtimenetelmällä lasketussa datassa.

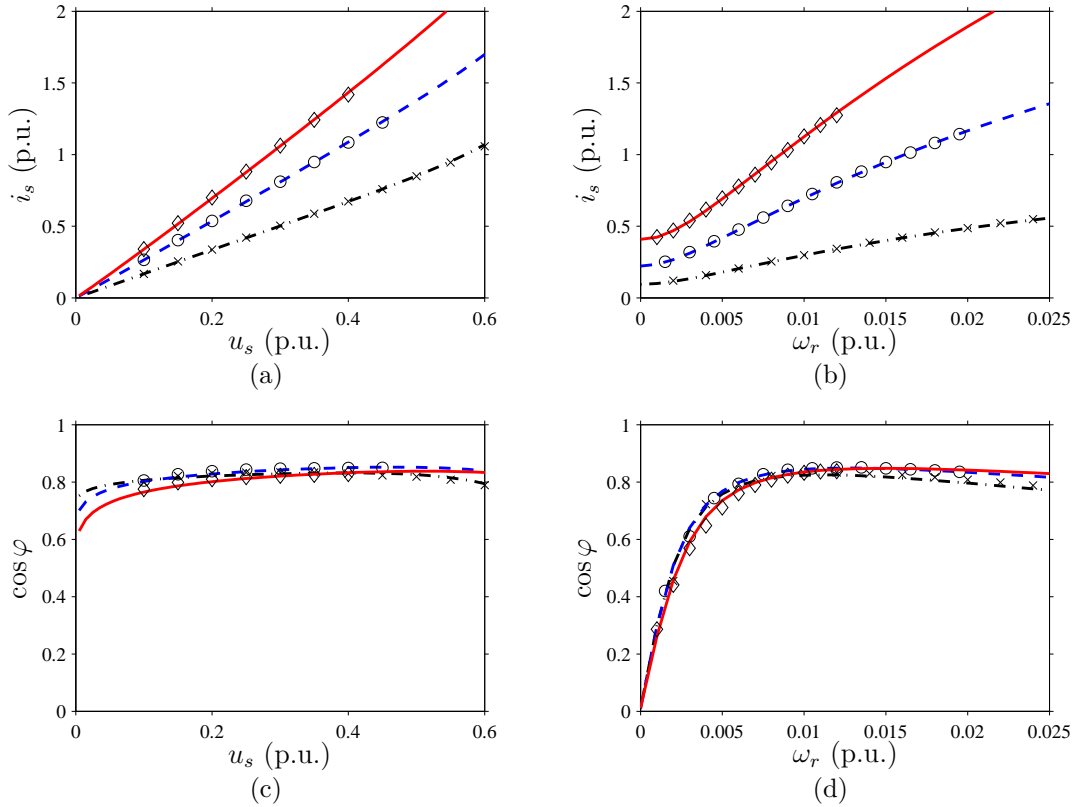


Kuva 19: Potenssifunktioimalli sovitettuna epäsuorasti 45 kW:n moottorin mitattuun dataan: (a)  $L_m$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (b)  $L_m$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla, (c)  $L_{r\sigma}$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla, (d)  $L_{r\sigma}$   $\psi_{r\sigma}$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_m$ :n arvolla. Kuvissa (a) ja (c)  $\psi_{r\sigma}$ :n arvot ovat 0,10 p.u. (pistekatkoviiva), 0,15 p.u. (katkoviiva) ja 0,30 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (b) ja (d)  $\psi_m$ :n arvot ovat 0,4 p.u. (pistekatkoviiva), 0,7 p.u. (katkoviiva) ja 1,0 p.u. (yhtenäinen viiva).

Vertailun vuoksi mitatut ja sovitetun mallin avulla estimoidut staattorivirran arvot on esitetty kuvassa 20 kuvaa 15 vastaavalla tavalla. Malli ennustaa staattorivirran itseisarvon ja tehokertoimen varsin tarkasti.

### 6.3 Keskinäiskyllästyksen vaikutus mitattavissa oleviin pysyvän tilan suureisiin

Keskinäiskyllästyksen kerroin  $\gamma$  estimoitui varsin hyvin epäsuorassa sovituksessa, ja mallilla estimoidut virrat vastasivat hyvin mitattuja virtoja. Tämä ei kuitenkaan



Kuva 20: Potenssifunktiomalli sovitettuna epäsuorasti 45 kW:n moottorin mitattuun dataan: (a) staattorivirran itseisarvo  $i_s$  staattorijännitteen itseisarvon  $u_s$  funktiona kolmella eri jättämän  $\omega_r$  arvolla, (b)  $i_s$   $\omega_r$ :n funktiona kolmella eri  $u_s$ :n arvolla, (c) tehokerroin  $\cos \varphi$   $u_s$ :n funktiona kolmella eri  $\omega_r$ :n arvolla, (d)  $\cos \varphi$   $\omega_r$ :n funktiona kolmella eri  $u_s$ :n arvolla. Kuvissa (a) ja (c)  $\omega_r$ :n arvot ovat 0,008 p.u. (pistekatkoviiva), 0,015 p.u. (katkoviiva) ja 0,022 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (b) ja (d)  $u_s$ :n arvot ovat 0,15 p.u. (pistekatkoviiva), 0,35 p.u. (katkoviiva) ja 0,55 p.u. (yhtenäinen viiva). Staattorin kulmataajuus on 0,5 p.u.

riitä vielä kertomaan, onko keskinäiskylläystermi estimoitu oikein. Kun ennen sovittusta asetettiin  $\gamma = 0$  (de Jong 1980) ja sovittiin loput parametrit, tälläkin mallilla estimoidut virrat vastasivat silmämääräisesti hyvin mitattuja virtoja.

Kustannusfunktiossa (68) minimoidaan vääntömomentin estimaatin virhettä ja kahden eri tavalla lasketun roottori-induktanssin välistä erotusta. Mallin vapaat parametrit hakeutuvat sellaisiin arvoihin, että vääntömomentin (ja staattorivirran) virhe minimoituu, joten vertailu pitää vääntömomentin (tai virran) lisäksi suorittaa jollakin toisella mitattavissa olevalla suureella. Toiseksi vertailusuureeksi valittiin staattorivirran ja staattorijännitteen avulla estimoitu jättämäkulmataajuus.

Potenssifunktiomallin parametrit sovittiin elementtimenetelmällä laskettuun 45 kW:n moottorin dataan laajalla toiminta-alueella sekä keskinäiskyllästyksen kanssa että ilman keskinäiskyllästyksiä. Mitatut ja sovitetuilla funktioilla estimoidut vääntömomentin ja jättämäkulmataajuuden arvot on esitetty kuvassa 21. Kuvissa 21(a)



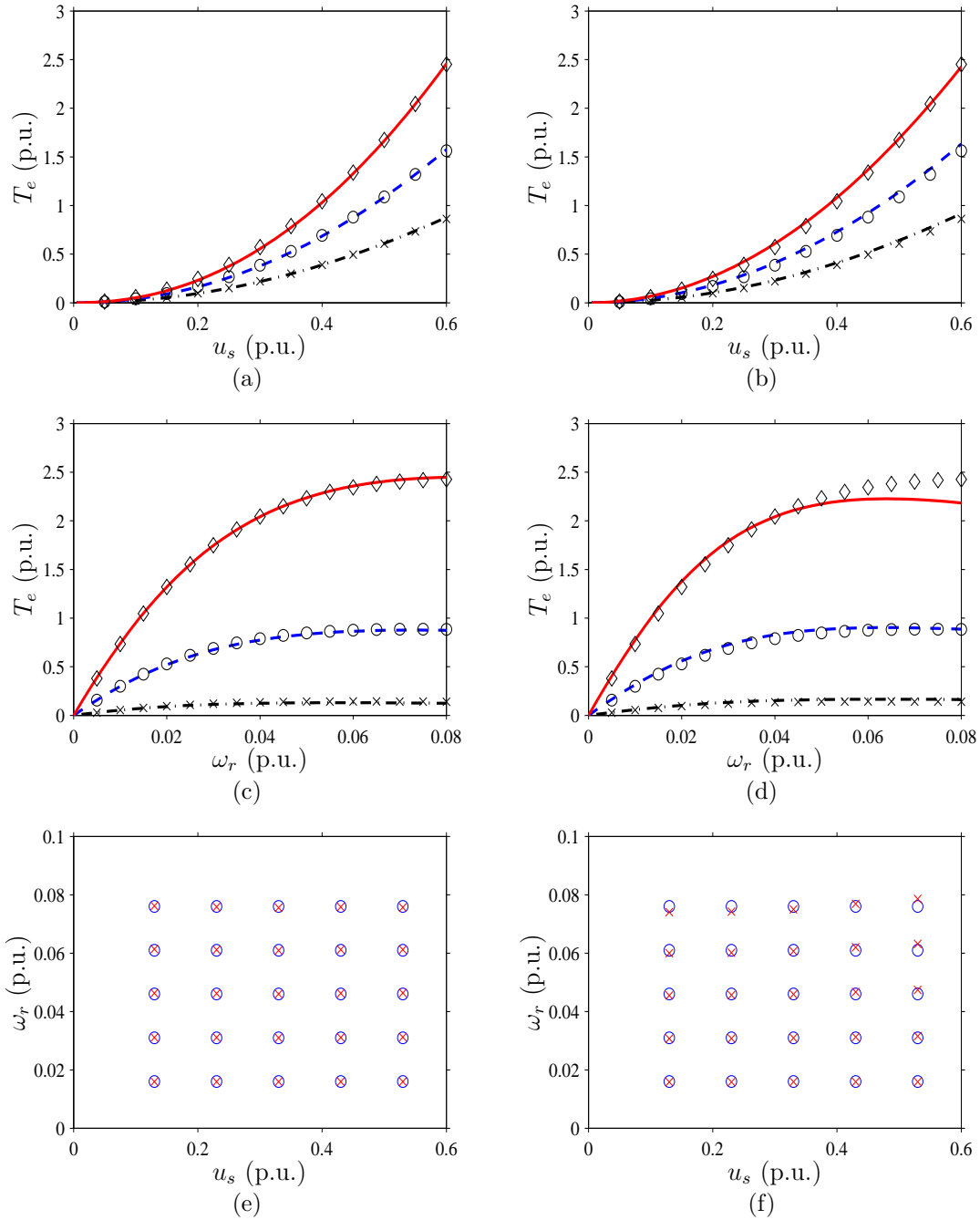
ja 21(b) vääntömomentti  $T_e$  on esitetty staattorijännitteen itseisarvon  $u_s$  funktiona kolmella eri  $\omega_r$ :n arvolla. Kuvissa 21(c) ja 21(d)  $T_e$  on esitetty  $\omega_r$ :n funktiona kolmella eri  $u_s$ :n arvolla. Kuvissa 21(e) ja 21(f) on esitetty  $i_s$ :n ja  $u_s$ :n avulla estimoitu  $\omega_r$  sekä mitattu  $\omega_r$ . Kuvassa virta kasvaa jättämän kasvaessa  $u_s$ :n pysyessä vakiona. Kuvissa 21(a), 21(c) ja 21(e) malli on sovitettu keskinäiskyllästyksen kanssa. Kuvissa 21(b), 21(d) ja 21(f) malli on sovitettu ilman keskinäiskyllästyksiä. Vääntömomentin arvot saatiin syöttämällä malliin haluttu staattorijännite ja jättämä ja etsimällä päävuolle  $\psi_m$  ja roottorin hajavuolle  $\psi_{r\sigma}$  arvot, joilla pysyvän tilan jänniteyhälöt (8) toteutuvat. Jättämäkulmataajuuden arvot saatiin syöttämällä malliin haluttu staattorijännite ja staattorivirta ja etsimällä jättämäkulmataajuudelle arvo, jolla pysyvän tilan roottoriyhälö (8b) toteutuu ja mallin ennustaman staattorivirran sekä mitatun virran välinen virhe minimoituu.

Kuvien perusteella sekä estimoitu vääntömomentti että estimoitu jättämäkulmataajuus vastaavat mitattuja arvoja hyvin, kun keskinäiskyllästyksellä on mallissa mukana. Ilman keskinäiskyllästyksiä estimoitu vääntömomentti vastaa mitattua arvoa varsin hyvin pienillä  $\omega_r$ :n arvoilla. Suurilla  $\omega_r$ :n arvoilla estimoitu vääntömomentti alkaa selvästi poiketa mitatusta arvosta. Myös ilman keskinäiskyllästyksiä estimoitu jättämäkulmataajuus vastaa mitattua arvoa hyvin pienillä  $i_s$ :n arvoilla (pienet jättämäkulmataajuudet), mutta suurilla  $i_s$ :n arvoilla (suuret jättämäkulmataajuudet) estimoitu jättämäkulmataajuus alkaa selvästi poiketa mitatusta jättämäkulmataajuudesta.

Kun keskinäiskyllästyksellä on mallissa mukana, estimoidun vääntömomentin suhteellinen virhe vääntömomentin arvoilla  $< 0,5$  p.u. on  $-2 - 6$  %. Vääntömomentin kasvaessa suhteellinen virhe pienenee ja on  $-2 - 1$  %. Estimoidun jättämäkulmataajuuden suhteellinen virhe on suurimmillaan pienillä jättämällä ( $\omega_r < 0,01$  p.u.), missä virhe on  $1 - 1,5$  %. Suuremmilla jättämällä suhteellinen virhe on  $-0,8 - 1$  %.

Ilman keskinäiskyllästyksiä estimoidun vääntömomentin suhteellinen virhe vääntömomentin arvoilla  $< 0,5$  p.u. on  $-20 - -2$  %. Vääntömomentin kasvaessa suhteellinen virhe pienenee ja on  $-5 - 5$  %. Estimoidun jättämäkulmataajuuden suhteellinen virhe pienillä jättämällä ( $\omega_r < 0,01$  p.u.) on  $1 - 6$  %. Suuremmilla jättämällä suhteellinen virhe on  $-4 - 3$  %.

Kasvattamalla kustannusfunktiossa (68) vääntömomentin painotusta saatiin ilman keskinäiskyllästyksiä estimoitu vääntömomentti vastaamaan paremmin mitattua vääntömomenttia. Estimoidun jättämäkulmataajuuden virhe kasvoi samalla. Kun mallin parametrien sovituksessa käytettiin pienempää toiminta-aluetta, estimoitu vääntömomentti vastasi paremmin mitattua vääntömomenttia pienillä jättämän arvoilla, ja samalla vääntömomentin virhe suurilla jättämän arvoilla kasvoi. 45 kW:n moottorin parametrien kokeellisessa identifioinnissa koelaitteisto rajoitti staattorivirran suurimmaksi arvoksi 1,5 p.u, eikä vastaavaa tarkastelua tämän vuoksi voitu suorittaa kokeellisella datalla siten, että keskinäiskyllästyksen poisjättämisen aiheuttama virhe estimoiduissa pysyvän tilan suureissa alkaisi selkeästi erottua muista virheistä, muun muassa mittausepä-tarkkuuden aiheuttamasta virheestä.



Kuva 21: Potenssifunktioimalli sovitettuna epäsuorasti elementtimenetelmällä saatuun 45 kW:n moottorin dataan: (a) ja (b)  $T_e$   $u_s$ :n funktiona kolmella eri  $\omega_r$ :n arvolla, (c) ja (d)  $T_e$   $\omega_r$ :n funktiona kolmella eri  $u_s$ :n arvolla, (e) ja (f)  $\omega_r$   $u_s$ :n ja  $i_s$ :n funktiona. Kuvissa (a) ja (b)  $\omega_r$ :n arvot ovat 0,01 p.u. (pistekatkoviiva), 0,02 p.u. (katkoviiva) ja 0,04 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (c) ja (d)  $u_s$ :n arvot ovat 0,15 p.u. (pistekatkoviiva), 0,35 p.u. (katkoviiva) ja 0,55 p.u. (yhtenäinen viiva). Kuvissa (e) ja (f) ympyrät ovat elementtimenetelmällä laskettuja jättämän arvoja, ja ristit ovat jännitteen ja virran avulla estimoituja jättämän arvoja. Kuvissa (a), (c) ja (e) käytössä on ehdotettu potenssifunktioimalli. Kuvissa (b), (d) ja (f) käytössä on de Jongin malli.

## 7 Epäsuoran sovitusmenetelmän käyttö

### 7.1 Toimintapisteiden valinta

Ennen parametrien sovitusta moottorille on määritettävä toiminta-alue, jonka sisälle mallin parametrit halutaan optimoida. Nimellinopeuden alapuolella moottorin päävuoto pidetään yleensä nimellisenä, ja nimellinopeuden yläpuolella syöttöjännite pidetään vakiona. Käytännössä kiinnostavana nopeuden ylärajana voidaan yleensä pitää noin kaksi kertaa nimellistä nopeutta, jolloin kiinnostava päävuoto toiminta-alue on noin 0,4 – 1,1 p.u. (jarrutuksessa voidaan mennä hieman ylimagnetoituun tilaan). Tyhjäkäyntikäyrän sovituksessa saattaa olla suotavaa käyttää hieman korkeampaa ylärajaa, jotta potenssifunktio mallin parametrit  $\alpha$  ja  $a$  estimoituisivat hyvin. Hyvänä ylärajana voinee pitää päävuoto arvoa 1,1 – 1,2 p.u. Jotta syöttöjännite ei kasvaisi liian suureksi, käytetään nimellistäajuutta pienempää syöttötaajuutta. Tässä työssä syöttötaajuudeksi valittiin  $\omega_s = 0,5$  p.u. Tällöin syöttöjännite sai tyhjäkäyntikokeissa arvot 0,2 – 0,6 p.u. ja kuormituskokeissa arvot 0,2 – 0,55 p.u. Tyhjäkäyntikäyrän parametrit saadaan luotettavimmin estimoitua, kun jättämä asetetaan servomoottorin avulla nolaksi.

Kuormituskokeissa pieniä jättämiä on syytä välttää, toisaalta mittausvirheiden vuoksi ja toisaalta siksi, että roottorin hajainduktanssin (ja roottoriresistanssin) estimaatti pienillä kuormilla on varsin epäluotettava. Mitä suurempia jättämien arvoja mitataan, sitä tarkemmaksi malli tulee laajalla toiminta-alueella. Käytännössä taajuusmuuttajakäytössä staattorivirta on usein rajattu alueelle 0 – 2 p.u. ja mallin halutaan olevan mahdollisimman tarkka juuri tällä alueella. Parametrien estimaattien luotettavuuden kannalta on suotavaa, että yksittäisiä mittauksia ei suoriteta kippijättämää suuremmilla jättämien arvoilla. Mittauksissa käytettävän jättämäkulmataajuuden yläraja voidaan pitää esimerkiksi 90 % kippijättämäkulmataajuudesta. Suurimmilla syöttöjännitteen itseisarvoilla jättämäkulmataajuuden ylärajan määrittää edellä määritellyn ylärajan lisäksi suurin sallittu staattorivirta. Mittauksissa käytetyille moottoreille varsin hyviksi rajoiksi saatiin  $0,5\omega_{r,N} \leq \omega_r \leq 2\omega_{r,N}$ , missä  $\omega_{r,N}$  on nimellinen jättämäkulmataajuus.

Kun mittausalueen rajat on määritelty, valitaan mitattavien jättämien arvojen lukumäärä ja mitattavien jännitteiden arvojen lukumäärä. Mittauspisteet saadaan esimerkiksi jakamalla jännite- ja jättämäalueet tasavälisiin askeleihin. Jänniteaskel voi olla esimerkiksi 0,025 p.u. tai 0,05 p.u. Jättämäaskel voi olla esimerkiksi  $0,1\omega_{r,N}$  tai  $0,25\omega_{r,N}$ .

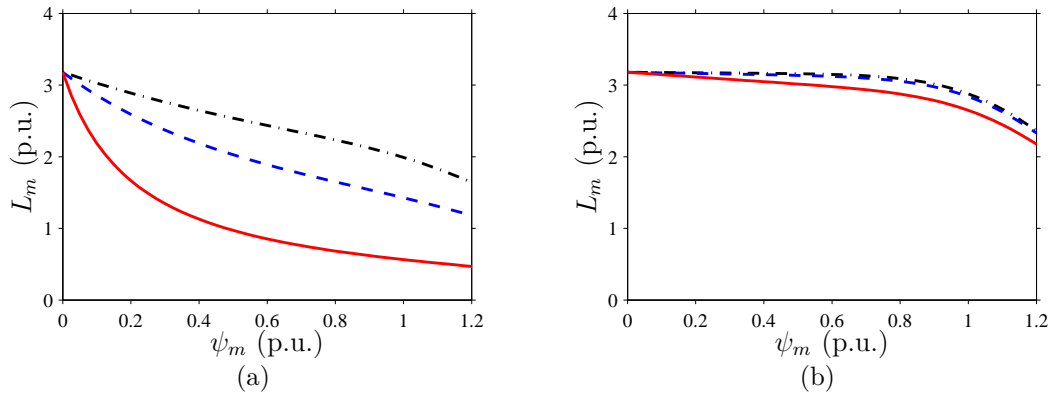
### 7.2 Alkuarvojen ja painokertoimen valinta

Tyhjäkäyntisovituksessa saatavat parametrit eivät riippuneet käytetyistä (realistista) alkuarvoista. Konvergoitumisen nopeuttamiseksi ja varmistamiseksi sekä algoritmin yleiskäyttöisyyden vuoksi valittiin kaikissa sovituksissa käytettäväksi alkuarvoiksi  $L_{mu} = 3$  p.u.,  $\alpha = 0,1$  p.u.,  $a = 10$  ja  $L_{\sigma} = 0,01$  p.u. Tyhjäkäyntisovituksessa

sen suurin ongelma on staattorin hajainduktanssin sovitus. Koska kohdassa 4.2 esitetty menetelmä ei ilmeisesti sovellu staattorin hajainduktanssin estimointiin,  $L_{s\sigma}$  tulisi kiinnittää ennen sovitusta erillisillä mittauksilla. Suositeltavinta on käyttää  $\Gamma$ -sijaiskytkentää.

Kuormituskokeista saadut parametrit riippuivat estimoinnissa käytettyjen toimintapisteiden lisäksi erityisesti parametrien  $R_{r0}$  ja  $\gamma$  alkuarvoista. Yhtälössä (61) jaetaan roottoriresistanssin estimaatilla, joten nolalla tai hyvin pienillä luvuilla jakamisen välttämiseksi olisi roottorin tasavirtaresistanssin  $R_{r0}$  alkuarvoksi valittava jokin riittävän suuri positiivinen arvo.

Joissakin tapauksissa parametrin  $\gamma$  konvergoitumista piti edesauttaa hyvällä alkuarvon valinnalla. Jos aluksi asetettiin  $\gamma = 0$ , lopputuloksena saattoi myös olla  $\gamma = 0$ , mutta jo hieman suurempi alkuarvo, esimerkiksi  $\gamma = 0,1$  p.u. ratkaisi ongelman. Toisaalta liian suuren alkuarvon seurauksena lopullinen arvo saattoi olla useita kymmeniä kertoja suurempi kuin paremmalla alkuarvolla saatu arvo. Huonosti valittu alkuarvo näkyy kuitenkin usein selkeästi sovitetuilla funktioilla estimoiduissa magnetointi-induktanssien arvoissa, kuten on havainnollistettu kuvassa 22. Kuvassa 22(a) alkuarvona on käytetty  $\gamma = 10$  p.u. ja lopullinen arvo on 32 p.u. Kuvassa 22(b) alkuarvona on käytetty  $\gamma = 1$  p.u. ja lopullinen arvo on 0,77 p.u. Liian suuren  $\gamma$ :n arvon seurauksena estimoitu magnetointi-induktanssi kyllästyy hyvin voimakkaasti roottorin hajavuon funktiona jo pienillä roottorin hajavuon arvoilla. Lähtökohtaisesti sovituksissa käytettiin alkuarvoina  $L_{r\sigma u} = 0,2$  p.u.,  $R_{r0} = R_s$ ,  $\beta = 1$  p.u.,  $\gamma = 1$  p.u. ja  $h = 1$  p.u.



Kuva 22: Potenssifunktioimalli sovitettuna epäsuorasti elementtimenetelmällä saatuun 45 kW:n moottorin dataan,  $L_m$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla: (a) parametrin  $\gamma$  alkuarvo on 10 p.u. ja lopullinen arvo on 32 p.u., (b) parametrin  $\gamma$  alkuarvo on 1 p.u. ja lopullinen arvo on 0,77 p.u. Kuvissa  $\psi_{r\sigma}$ :n arvot ovat 0,10 p.u. (pistekatkoviiva), 0,15 p.u. (katkoviiva) ja 0,30 p.u. (yhtenäinen viiva).

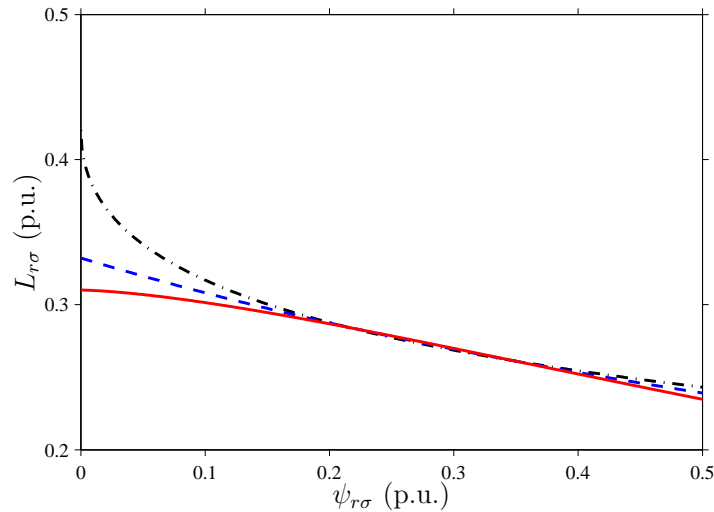
Kustannusfunktion (68) painokerroin  $k$  voidaan valita usealla tavalla. Tässä työssä käytettiin valintaa  $k = L_{mu} + L_{r\sigma u}$ , jolloin vääntömomentin suurimmat arvot (noin 1,0 p.u.) painoutuivat tasapuolisesti estimoidun roottori-induktanssin maksimi-arvon kanssa. Vaihtoehtoisesti olisi voitu asettaa esimerkiksi  $k = (L_{mu} + L_{r\sigma u})/T_{e,max}$ , missä  $T_{e,max}$  on suurin vääntömomentin itseisarvo sovituksessa käytetyssä datassa.

Painokerrointa  $k$  voidaan käyttää sovituksessa myös apumuuttujana, jota varioimalla haetaan mallin parametreille sellaiset arvot, että syöttöjännitteen ja jättämän avulla estimoidun staattorivirran ja mitatun virran välinen virhe halutuissa toimintapisteissä minimoituu.

### 7.3 Eksponenttien kiinnittäminen

Tässä työssä epäsuoraa parametrien estimointimenetelmää sovellettiin tilanteissa, joissa käytettävissä oli taustatukena elementtimenetelmällä laskettua dataa tarkastelluille moottoreille. Jos a priori -tietoa ei ole käytettävissä, kuormituskokeiden ongelmakohdiksi muodostuvat erityisesti parametrien  $b$ ,  $c$  ja  $d$  sovittaminen.

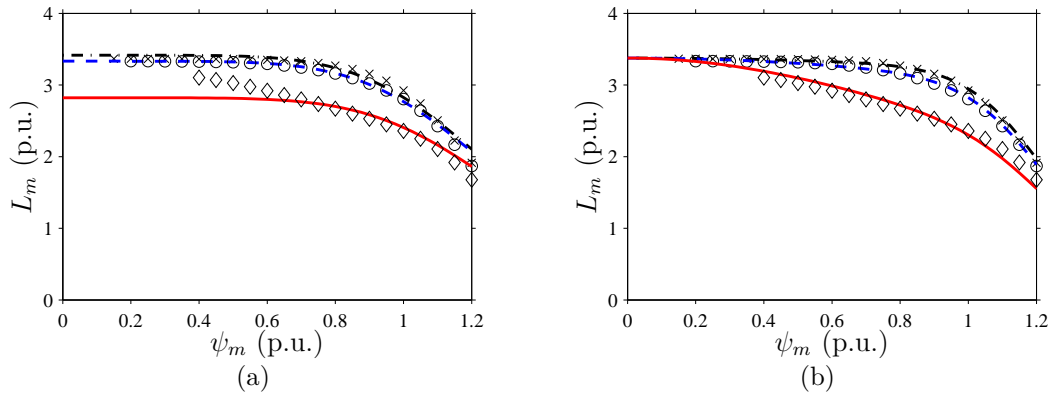
Parametrin  $b$  vaikutusta roottorin hajainduktanssiin on demonstroitu kuvassa 23, jossa keskinäiskyllästyksen vaikutus on jätetty tarkastelun ulkopuolelle. Mallin parametrit sovitettiin elementtimenetelmällä laskettuun 45 kW:n moottorin dataan kolmella eri  $b$ :n arvolla (0,5, 1,0 ja 1,5). Sovituksessa käytetyllä toiminta-alueella roottorin hajavuon itseisarvo oli välillä n. 0,1 – 0,5 p.u. Kuvan perusteella parametrin  $b$  merkitys sovituksessa käytetyllä alueella roottorin hajainduktanssiin on hyvin pieni, joten valintaa  $b = 1$  voidaan pitää turvallisena lähtökohtana. Muuttuneet  $L_{r\sigma}$ :n ja  $\beta$ :n arvot kompensoivat muuttuneen  $b$ :n arvon hyvin.



Kuva 23: Parametrin  $b$  vaikutus roottorin hajainduktanssiin, kuvassa  $b$ :n arvot ovat 0,5 (pistekatkoviiva), 1,0 (katkoviiva) ja 1,5 (yhtenäinen viiva).

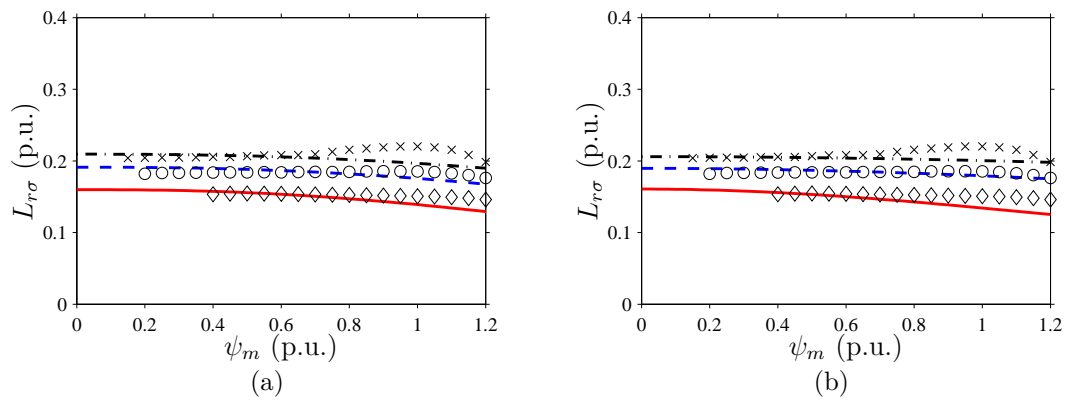
Kun 45 kW:n moottorin parametrien suorassa sovituksessa käytettiin (tyhjäkäyntiä lukuunottamatta) koko laskettua dataa, parametri  $c$  sai pyöristämättömäksi arvokseen 0,93. Realistisemmalla toiminta-alueella ( $0,005 \text{ p.u.} \leq \omega_r \leq 0,03 \text{ p.u.}$ ;  $0,2 \text{ p.u.} \leq u_s \leq 0,55 \text{ p.u.}$ , kun  $\omega_s = 0,5 \text{ p.u.}$ ) sovitettuna  $c$ :n pyöristämätön arvo oli 1,83. Parametri  $d$  oli kaikissa sovituksissa 0.

Parametrin  $c$  vaikutusta magnetointi-induktanssiin on havainnollistettu kuvassa 24, kuvassa 24(a)  $c = 0$  ja kuvassa 24(b)  $c = 2$ . Kun parametri  $c = 0$ , magnetointi-induktanssin keskinäiskylläystermi riippuu vain roottorin hajavuosta ja käyrät, joilla roottorin hajavuon itseisarvo on vakio, ovat yhdensuuntaisia siihen asti, kunnes kylläystermi  $\alpha\psi_m^a$  alkaa vaikuttaa. Kun parametri  $c = 2$ , keskinäiskyllästyksen vaikutus alkaa erottua tyhjäkäyntikäyrästä vasta kun  $\psi_m > 0,3$  p.u. Jos parametrin  $c$  arvoa kasvatetaan vielä arvosta 2, keskinäiskyllästys alkaa vaikuttaa magnetointi-induktanssiin yhä myöhemmin ja yhä jyrkemmin. Parametrin  $c$  rajoina voidaan pitää  $0 \leq c \leq 2$  ja  $c = 1$  on varsin turvallinen lähtökohta, varsinkin jos rajoitutaan alueelle  $\psi_m > 0,4$  p.u., jolloin käyrien alkukäyttäytymistä ei tunneta.



Kuva 24: Potenssifunktioimalli sovitettuna suoraan elementtimenetelmällä saatuun 45 kW:n moottorin dataan,  $L_m$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla: (a) parametri  $c = 0$ , (b) parametri  $c = 2$ . Kuvissa  $\psi_{r\sigma}$ :n arvot ovat 0,10 p.u. (pistekatkoviiva), 0,15 p.u. (katkoviiva) ja 0,30 p.u. (yhtenäinen viiva).

Parametrin  $d$  vaikutusta roottorin hajainduktanssiin on havainnollistettu kuvassa 25, kuvassa 25(a)  $d = 1$  ja kuvassa 25(b)  $d = 2$ . Kun parametri  $d = 1$ , käyrät, joilla roottorin hajavuon itseisarvo on vakio, pysyvät lähes yhdensuuntaisina päävuon itseisarvon kasvaessa. Kun parametri  $d = 2$ , käyrät, joilla roottorin hajavuon itseisarvo on vakio, alkavat hieman hajaantua toisistaan päävuon itseisarvon kasvaessa. Olettamalla, että päävuon itseisarvon kasvaessa yhä suuremmaksi roottorin hajavuon merkitys roottorin hajainduktanssiin vähenee, parametrille  $d$  saadaan rajoiksi  $0 \leq d \leq 1$ . Koska 2,2 kW:n moottorin elementtimenetelmällä laskettua dataa lukuun ottamatta saatiin sovituksissa  $d = 0$  (2,2 kW:n moottorin elementtimenetelmällä lasketulle datalle  $d = 0,5$ ) ja yhtälö (61) on helpointa ratkaista, kun parametri  $d = 0$ , parametrin  $d$  arvoa 0 voidaan pitää hyvänä lähtökohtana.



Kuva 25: Potenssifunktio malli sovitettuna suoraan elementtimenetelmällä saatuun 45 kW:n moottorin dataan,  $L_{r\sigma}$   $\psi_m$ :n funktiona kolmella eri  $\psi_{r\sigma}$ :n arvolla: (a) parametri  $d = 1$ , (b) parametri  $d = 2$ . Kuvissa  $\psi_{r\sigma}$ :n arvot ovat 0,10 p.u. (pistekatkoviiva), 0,15 p.u. (katkoviiva) ja 0,30 p.u. (yhtenäinen viiva).

## 8 Johtopäätökset

Tässä työssä tutkittiin oikosulkumoottorien magnetointi-induktanssin ja roottorin hajainduktanssin kyllästyksen mallintamista analyttisillä funktioilla. Luvussa 2 esiteltiin oikosulkumoottorin sijaiskytkentä. Luvussa 3 tehtiin lyhyt kirjallisuuskatsaus käytössä oleviin perinteisiin kyllästysmalleihin ja ehdotettiin kolmea uutta mallia, jotka ottavat huomioon resiprookkisuusehdot sekä päävuon ja roottorin hajavuon välisen keskinäiskyllästyksen vaikutuksen. Polynomimalli on ehdotetuista malleista tarkin, mutta sen vapaiden parametrien määrä on verrannollinen polynomin asteluvun neliöön. Ehdotettu potenssifunktioimalli on varsin tarkka, ja sen vapaiden parametrien määrä on 9. Ehdotetun paloittain määritellyn mallin korkein eksponentti on 3 ja vapaiden parametrien määrä on 6.

Luvussa 4 esiteltiin menetelmät ehdotettujen mallien parametrien estimoinnille. Mallien parametrit voitiin estimoida suoraan, kun toimintapisteiden induktanssit oli ennen sovitusta laskettu elementtimenetelmällä. Pienen mallivirheen sovitetuilla funktioilla laskettuihin induktansseihin aiheutti elementtimenetelmällä lasketun datan epäresiprookkisuus. Ilman resiprookkisuusehtoa sovitettuna mallit sai vastaamaan elementtimenetelmällä laskettua dataa varsin hyvällä tarkkuudella, mutta mallien pakottaminen resiprookkiseksi aiheutti virheen joko magnetointi-induktanssiin tai roottorin hajainduktanssiin kustannusfunktion painotuksesta riippuen.

Koska magnetointi-induktanssi on tyypillisesti yli kymmenkertainen roottorin hajainduktanssiin verrattuna ja käytännössä ollaan usein kiinnostuneita roottorin kokonaisinduktanssista ja magnetointi-induktanssista roottorin hajainduktanssin asemasta, annettiin mallivirheen pakkautua roottorin hajainduktanssiin. Tällöin magnetointi-induktanssi saatiin vastaamaan hyvin tarkasti laskettuja toimintapisteitä ja roottorin kokonaisinduktanssin virhe oli varsin pieni, vaikka roottorin hajainduktanssin suhteellinen virhe olikin kymmeniä prosentteja.

Jos toimintapisteiden induktansseja ei tunneta, vaan käytettävissä on vain mitattu jännite, virta ja moottorin pyörimisnopeus, mallien parametrien estimointi on huomattavasti hankalampaa ja tuloksena saatavat parametrit riippuvat datan rajauksesta, estimointimenetelmästä ja kustannusfunktioista. Luvussa 4 esiteltiin menetelmä ehdotetun potenssifunktioimallin parametrien estimointiin, kun staattorijännite, staattorivirta ja moottorin pyörimisnopeus tunnetaan. Tämä parametrien epäsuora sovitusta jaettiin tyhjäkäyntisovitukseen ja kuormitussovitukseen. Induktanssimallien lisäksi tarvittiin estimaatti staattoriresistanssille ja malli roottoriresistanssille. Staattoriresistanssi estimointiin tasa-jännitemittauksella. Roottoriresistanssin malliksi valittiin lineaarinen jättämän funktio.

Potenssifunktioimallin parametrit sovitettiin epäsuorasti oikosulkumoottorin T-sijaiskytkentään, jossa staattorin hajainduktanssi oletettiin kyllästymättömäksi. Staattorin hajainduktanssin estimaatti riippui kuitenkin voimakkaasti sovituksessa käytetyn datan rajauksesta, ja esimerkiksi elementtimenetelmällä lasketusta datasta estimoitu staattorin hajainduktanssi oli huomattavasti todellista arvoa pienempi. Koska ehdotettu menetelmä ei ilmeisesti kykene ennustamaan luotettavasti staattorin



hajainduktanssia, olisi staattorin hajainduktanssi määritettävä erillisillä mittauksilla. Vaihtoehtoisesti parametrit voidaan sovittaa  $\Gamma$ -sijaiskytkentään, mutta tällöin roottoriresistanssille tarvitaan tarkempi malli kuin valittu lineaarinen malli, joka riippuu vain jättämäkulmataajuudesta. Koska tämän työn aiheena on ensisijaisesti magnetointi-induktanssin ja roottorin hajainduktanssin kyllästyksen mallinnus (ja näiden mallien parametrien estimointi), päätettiin mallien parametrien estimoinnissa käyttää ilmenneistä ongelmista huolimatta T-sijaiskytkentää, jotta roottoriresistanssin malli voitaisiin pitää mahdollisimman yksinkertaisena. Ehdotettu sovitusten menetelmä soveltuu käytettäväksi myös  $\Gamma$ -sijaiskytkennän parametrien estimointiin, kun asetetaan staattorin hajainduktanssi nolaksi ja täydennetään roottoriresistanssin mallia.

Epäsuorassa sovituksessa kokeelliselle datalle saatujen parametrien validointi osoittautui hankalaksi. Sovitettaessa mallia elementtimenetelmällä laskettuun dataan mallin vertailukohtana voitiin pitää laskettuja induktanssien arvoja, vaikka näitä arvoja ei sovituksessa käytetty. Kokeellisen datan tapauksessa parametrien validointiin käytettiin mallilla estimoituja pysyvän tilan staattorivirran arvoja.

Keskinäiskyllästyksen vaikutus mitattavissa oleviin pysyvän tilan suureisiin mitattulla toiminta-alueella osoittautui varsin pieneksi. Vaikka kokeellisesta datasta estimoidut induktanssien arvot käyttäytyivät hyvin samankaltaisesti kuin elementtimenetelmällä lasketut induktanssien arvot, mallilla estimoitu staattorivirta vastasi mitattua virtaa hyvin riippumatta siitä, oliko keskinäiskyllästyksessä mukana mallissa vai ei. Suppealla toiminta-alueella keskinäiskyllästyksen jättäminen pois mallista kompensoituneen muuttuneilla roottorin hajainduktanssin ja roottoriresistanssin arvoilla. Keskinäiskyllästyksen vaikutus saatiin parhaiten esille käyttämällä sovituksessa elementtimenetelmällä laskettua dataa laajalta toiminta-alueelta ja vertailemalla estimoidun vääntömomentin ja jättämäkulmataajuuden vastaavuutta todellisiin arvoihin. Keskinäiskyllästyksen poisjättämisen seurauksena estimoidun vääntömomentin ja jättämäkulmataajuuden suhteelliset virheet kasvoivat. Käytössä olleen laitteiston rajoituksista johtuen vastaavaa tarkastelua ei voitu suorittaa kokeellisella datalla.

Parametrien epäsuorassa sovituksessa käytettyjen toimintapisteiden lukumäärä oli noin 400, mikä on selvästi tarpeettoman suuri määrä 12 parametrin estimointiin. Toimintapisteiden määrää ei kuitenkaan karsittu käyttämällä sovituksessa esimerkiksi vain muutamaa vakiojättämäkäyrää, koska tuloksena saadut parametrit riippuivat jonkin verran käytetystä rajauksesta. Käyttämällä koko mitattua datajoukkoa tässä työssä ei tarvinnut puuttua toimintapisteiden valinnan optimointiin, mikä yhdessä kustannusfunktion optimoinnin ja validointimenetelmän kehittämisen kanssa sopisi paremmin jatkotutkimuksen aiheeksi. Tässä työssä esitetyt sovitusten menetelmät soveltuvat parhaiten käytettäväksi tilanteissa, joissa induktanssien arvoista on a priori -tietoa, ja induktansseja halutaan kuvata mahdollisimman tarkasti analyttisillä funktioilla.

## Lähdeluettelo

- Akbaba, M., Taleb, M. ja Rumeli, A. (1995). Improved estimation of induction motor parameters. *Electric Power Systems Research*, 34(1):65–73.
- Arkkio, A. (1987). *Analysis of induction motors based on the numerical solution of the magnetic field and circuit equations*. Doctoral thesis, Dept. Elect. Commun. Eng., Helsinki Univ. Tech., Espoo, Finland.
- Chua, L. O. (1980). Dynamic nonlinear networks: State-of-the-art. *IEEE Trans. Circuits Syst.*, CAS-27(11):1059–1087.
- Corzine, K. A., Kuhn, B. T., Sudhoff, S. D. ja Hegner, H. J. (1998). An improved method for incorporating magnetic saturation in the q-d synchronous machine model. *IEEE Trans. Energy Convers.*, 13(3):270–275.
- Dannerer, G., Seebacher, R. R., Krischan, K. ja Ingruber, R. (2008). Modeling the induction machine’s main inductance as a function of the magnetizing and the torque building component of the stator current. In *Proc. ICEM’08*, Vilamoura, Portugal. CD-ROM.
- Davey, K. R. (2007). The equivalent T-circuit of the induction motor: Its nonuniqueness and use to the magnetic field analyst. *IEEE Trans. Magn.*, 43(4):1745–1748.
- de Buck, F. G. G., Gistelinck, P. ja de Backer, D. (1984). A simple but reliable loss model for inverter-supplied induction motors. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 20(1):190–202.
- de Jong, H. C. J. (1980). Saturation in electrical machines. In *Proc. ICEM’80*, volume 3, pages 1545–1552, Athens, Greece.
- Gerada, C., Bradley, K. J., Sumner, M. ja Sewell, P. (2007). Evaluation and modelling of cross saturation due to leakage flux in vector controlled induction machines. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 43(3):694–702.
- Harnefors, L. (2003). *Control of Variable-Speed Drives*. Applied Signal Processing and Control, Department of Electronics, Mälardalen University, Västerås, Sweden.
- Hinkkanen, M., Repo, A.-K., Cederholm, M. ja Luomi, J. (2007). Small-signal modelling of saturated induction machines with closed or skewed rotor slots. In *Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting*, pages 1200–1206, New Orleans, Louisiana.
- Hinkkanen, M., Repo, A.-K. ja Luomi, J. (2006). Influence of magnetic saturation on induction motor model selection. In *Proc. ICEM’06*, Chania, Greece. CD-ROM.
- Kerkman, R. J. (1985). Steady-state and transient analyses of an induction machine with saturation of the magnetizing branch. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 21(1):226–234.

- Klaes, N. R. (1993). Parameter identification of an induction machine with regard to dependencies on saturation. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 29(6):1135–1140.
- Krishnan, R. ja Doran, F. C. (1987). Study of parameter sensitivity in high-performance inverter-fed induction motor drive systems. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, IA-23(4):623–635.
- Lindsay, J. F. ja Barton, T. H. (1973). Parameter identification for squirrel cage induction machines. *IEEE Trans. Power App. Syst.*, PAS-92(4):1287–1291.
- Lorenz, R. D. ja Novotny, D. W. (1990). Saturation effects in field-oriented induction machines. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 26(2):283–289.
- Luomi, J., Niemenmaa, A. ja Arkkio, A. (1986). On the use of effective reluctivities in magnetic field analysis of induction motors fed from a sinusoidal voltage source. In *Proc. ICEM'86*, volume 3, pages 706–709, Munich, Germany.
- Melkebeek, J. A. ja Willems, J. L. (1990). Reciprocity relations for the mutual inductances between orthogonal axis windings in saturated salient-pole machines. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 26(1):107–114.
- Novotny, D. W., Naser, S. A., Jeftenic, B. ja Maly, D. (1990). Frequency dependence of time harmonic losses in induction machines. In *Proc. ICEM'90*, volume 1, pages 233–238, Raleigh, NC.
- Ruff, M. ja Grotstollen, H. (1993). Identification of the saturated mutual inductance of an asynchronous motor at standstill by recursive least squares algorithm. In *Proc. EPE'93*, volume 5, pages 103–108, Brighton, U.K.
- Slemon, G. R. (1989). Modelling of induction machines for electric drives. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 25(6):1126–1131.
- Sudhoff, S. D., Aliprantis, D. C., Kuhn, B. T. ja Chapman, P. L. (2003). Experimental characterization procedure for use with an advanced induction machine model. *IEEE Trans. Energy Convers.*, 18(1):48–56.
- Sullivan, C. R. ja Sanders, S. R. (1995). Models for induction machines with magnetic saturation of the main flux path. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 31(4):907–917.
- Vagati, A., Pastorelli, M., Scapino, F. ja Franceschini, G. (2000). Impact of cross saturation in synchronous reluctance motors of the trasverse-laminated type. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 36(4):1039–1046.
- Yahiaoui, A. ja Bouillault, F. (1995). Saturation effect on the electromagnetic behaviour of an induction machine. *IEEE Trans. Magn.*, 31(3):2036–2039.