Aalto-yliopisto
Insinööritieteiden
korkeakoulu

Sipoon kunnan EUREF-hanke

Aalto-yliopiston insinööritieteiden korkeakoulun
maankäyttötieteiden laitoksella tehty diplomityö

Espoo, syyskuu 2012

Insinööri (AMK) Ville Jussila

Valvoja: Professori Martin Vermeer
Ohjaaja: Diplomi-insinööri Jukka Hakala

Aalto-yliopisto

AALTO-YLIOPISTO INSINÖÖRITIETEIDEN KORKEAKOULU PL 11000, 00076 AALTO http://www.aalto.fi	DIPLOMITYÖN TIIVISTELMÄ

Tekijä: Ville Jussila

Työn nimi: Sipoon kunnan EUREF-hanke

Korkeakoulu: Insinööritieteiden korkeakoulu

Laitos: Maankäyttötieteiden laitos

Professuuri: Geodesia	Koodi: Maa-6

Työn valvoja: Professori Martin Vermeer

Työn ohjaaja: Diplomi-insinööri Jukka Hakala

Tämä diplomityö on tehty Sipoon kunnan ETRS89-koordinaattijärjestelmään siirtymisen yhteydessä. ETRS89 on Suomessa parhaillaan käyttöön otettava uusi homogeenisesti määritetty koordinaattijärjestelmä, joka on yhteydessä muihin eurooppalaisiin koordinaattijärjestelmiin. ETRS89-koordinaattijärjestelmä korvaa Suomessa noin 40 vuotta käytössä olleen Kartastokoordinaattijärjestelmän.

Työn aluksi tarkastellaan kirjallisuuslähteiden pohjalta Kartastokoordinaattijärjestelmän ja ETRS89-koordinaattijärjestelmän erilaisia määrittämistapoja ja niihin liittyviä tasokoordinaatistoja. Uusi koordinaattijärjestelmä on määritetty satelliittipaikannustekniikalla. Tämän työn pääpainopisteet ovat relatiivisen paikannuksen periaatteiden ja siihen liittyvän jälkilaskennan esittelyssä sekä järjestelmien välisen yhteyden määrittelevien koordinaattimuunnoksien selvittäminen. Erilaiset muunnosmenetelmät ja niiden vaikutus muunnospisteistöön käydään työssä läpi. Työssä esitellään myös uuden koordinaattijärjestelmän käyttöönottoon liittyviä oikeudellisia seikkoja. Satelliittipaikannuksen laadunvalvontaan ja havaintojen tasoittamiseen tarvitaan tasoituslaskentaa. Tasoituslaskennasta esitellään pienimmän neliösumman estimointi ja tasoituksen tarkkuuden ja laadun tunnusluvut.

Työn käytännön osassa esitellään uuden ETRS89-koordinaattijärjestelmään liittyvän koordinaatiston luominen Sipoon kuntaan. Uuden peruspisteverkon suunnittelu, mittaus, havaintovektorien laskenta ja verkkotasoitus vapaana ja kytkettynä verkkona esitellään työssä tuloksineen. Kytketyn verkon tuloksena saadaan kunnan peruspisteille geodeettiset koordinaatit, joiden suhteellinen tarkkuus alittaa annetut ohjearvot ja ovat siten käyttötarkoitukseen soveltuvat. Uuden ja vanhan koordinaattijärjestelmän välinen yhteys määritetään koordinaattimuunnoksella. Muunnosparametrit lasketaan molemmissa järjestelmissä tunnettujen pisteiden avulla. Muunnoskaavat ja muunnosparametrit esitellään työssä molempiin suuntiin. Muunnoksen tarkkuustarkastelun perusteella voidaan todeta muunnosparametrien soveltuvan käyttötarkoitukseen.

Työn liitteissä esitellään Sipoon peruspisteiden koordinaatit eri esitysmuodoissa. Liitteistä löytyvät myös verkkotasoituksen ja koordinaattimuunnoslaskennan tulokset.

Päivämäärä: 8.9.2012	Kieli: Suomi	Sivumäärä: 111

Avainsanat: EUREF-FIN, relatiivinen paikannus, verkkotasoitus, koordinaattimuunnos, konversio

Aalto University

AALTO UNIVERSITY SCHOOL OF ENGINEERING PO Box 11000, FI-00076 AALTO http://www.aalto.fi	ABSTRACT OF THE MASTER'S THESIS

Author: Ville Jussila

Title: EUREF project in the municipality of Sipoo

School: School of Engineering

Department: Department of Real Estate, Planning and Geoinformatics

Professorship: Geodesy	Code: Maa-6

Supervisor: Professor Martin Vermeer

Instructor: M.Sc (Eng.) Jukka Hakala

The purpose of this Master's thesis is to present a transition project into the new ETRS89 coordinate system in the municipality of Sipoo. ETRS89 is a homogeneously determined coordinate system which is being introduced in several Finnish municipalities at the moment. This new system replaces the old Kartastokoordinaattijärjestelmä (National Grid Co-ordinate System) which has been used in Finland for about 40 years.

In the beginning of this thesis there is a literature review about the differences between the old and the new coordinate system. Their different ways of determination and plane coordinate frames are explained and their preferences observed. Satellite positioning and post-processing are explained as well because relative measurement is the main tool in coordinate system determination nowadays. Different kinds of transformation models are introduced, their usability and effect on the transformation points is explained as transformations and relative positioning are the main focus of this thesis. Adjustment calculation is an important tool in network computation and in coordinate determination which is as well an important subject in this thesis.

In the practical part of this thesis the different steps which are leading to the determination of the new base point network are presented. The planning, measurements, computing the relative positioning vectors and adjustment calculations of free and fixed networks are explained. The results, the geodetic coordinates for the municipality's base points are presented. The relative accuracy of the points achieves the given objectives. The transition between the two systems is determined with a chosen coordinate transformation and the transformation parameters are obtained using common points in both systems. Transformation parameters and equations are introduced in both directions. The accuracy of the transformation in discussed as well.

In the appendices the coordinates of the base points are introduced in different coordinate frames and the key results of the adjustment calculation and transformation calculation are presented.

Date: 8.9.2012	Language: Finnish	Number of pages: 111

Keywords: EUREF-FIN, relative positioning, adjustment calculation, transformation, conversion

Alkusanat

Tässä se nyt on! Eipä sitä ymmärtänyt mihin sitä ryhtyi, kun jatkoi opintojaan geodesian parissa ammattikorkeakoulusta valmistumisen jälkeen. Kaksi ja puoli vuotta siinä kului mielenkiintoisten ja haastavien opintojen parissa. Nyt on kaikki annettu opiskelulle ja on aika suunnata uusiin haasteisiin.

Haluan kiittää Sipoon kunnan Mittaus- ja kiinteistöyksikön henkilökuntaa työn tekemisessä tarjotusta avusta ja aineistosta. Erityisesti Sipoon kunnasta haluan kiittää kurssikavereitani ammattikorkeakouluajalta maanmittausinsinööriä Anna-Leena Rintalaa ja jo muihin tehtäviin siirtynyttä Riina Helanderia, jotka ehdottivat minulle tämän työn tekemistä. Työ on ollut mielenkiintoinen ja toisinaan haastava tehdä.

Suuri kiitos kuuluu työn ohjaajalle DI Jukka Hakalalle, jonka ammattitaito tasoituslaskennan, muunnosten ja konversioiden parissa oli innostavaa ja jolta löytyi apuja ja neuvoja moneen työssä vaadittuun kohtaan.

Kiitos kuuluu myös työtä valvoneelle Professori Martin Vermeerille työhön liittyvistä kommenteista, Geodesian maastoharjoitukset -kurssin järjestämisestä kunnan perusrunkoverkon maastomittauksiin ja geodesian opetuksesta näiden vuosien aikana.

Lisäksi kiitän kaikkia kevään 2012 Geodesian maastoharjoitukset -kurssille osallistuneita työpanoksestanne maastomittauksissa ja 3D-system Oy:n Jarmo Muukkosta 3D-Win-ohjelman lisenssin lainaamisesta työn ajaksi.

Kiitän myös kavereitani, sisaruksiani ja vanhempiani opiskelujen aikana saadusta kannustuksesta ja opiskelujen vastapainoksi annetusta ajasta.

Kiitos myös sinulle, joka luet parhaillasi tätä diplomityötä!

Espoossa 15.8.2012

Ville Jussila

Termien selitykset

Á posteriori. Laskennan tuloksena saatu toteutunut arvo.

Á priori. Etukäteen saatu tieto, laskennallinen arvo.

Antennin referenssipiste. Antenna Reference Point (ARP). Kohta antennissa, josta sen dimensiot ja signaalien vaihekeskipisteiden sijainnit on mitoitettu.

DOP-luku. Dilution of Precision. Satelliittigeometrian tarkkuusluku.

Geodeettinen datumi. Datumilla tarkoitetaan parametreja, jotka kiinnittävät koordinaatiston tarkastelun kohteena olevaan kokonaisuuteen. Geodeettinen datumi määrittelee valitun vertausellipsoidin sijainnin ja orientaation Maahan nähden.

Geodeettiset havaintomenetelmät. Menetelmät, joita usein käytetään geodesiassa maapallon kokoa ja orientaatiota havaittaessa. Käytettyjä menetelmiä ovat mm. satelliittilaser, VLBI, Doppler ja GNSS.

Geodeettiset koordinaatit. Sijainnin esitys vertausellipsoidilla leveysasteen, pituusasteen ja ellipsoidikorkeuden avulla (φ, λ ja h). Yksikkönä kulmamitoissa on aste ja korkeudessa metri.

Geoidi. Maan painovoimapotentiaalin tasa-arvopinta, joka yhtyy likimäärin valtamerten keskivedenpintaan.

Geosentrinen. Maapallokeskeinen. Origo yhtyy Maan massakeskipisteeseen.

Epookki. Ajanhetki.

ETRF. European Terrestrial Reference Frame. Euroopan laajuinen kolmiulotteinen koordinaatisto, joka realisoi Euroopan laajuisen geosentrisen koordinaattijärjestelmän ETRS:n (European Terrestrial Reference System). ETRS on sidottu Euraasian mannerlaatan yhtenäiseen osaan ja se yhtyy ITRS:än epookkina 1989.0.

ITRF. International Terrestrial Reference Frame. Maailmanlaajuinen kolmiulotteinen koordinaatisto, joka realisoi ITRS:n (International Terrestrial Reference System) eli maailmanlaajuisen geosentrisen koordinaattijärjestelmän. ITRF-koordinaatteihin pitää liittää epookki, koska mannerlaattojen liike muuttaa niitä.

Karkea virhe. Havaitsijan toimesta sattunut huolimattomuusvirhe, joka on esimerkiksi luku- tai kirjausvirhe tai huonosti keskistetty antenni. Mittalaitteen toimintahäiriö voi myös aiheuttaa karkean virheen.

Karteesinen koordinaatisto. Ks. Suorakulmaiset koordinaatit.

Karttaprojektio. Matemaattinen menetelmä, jolla projisoidaan kohteet vertauspinnalta karttatasoon.

Keskimeridiaani. Pituuspiiri, joka on projektiokaistan keskellä ja johon projektiokaava on referoitu.

Kolmiomittaus. Mittausmenetelmä, joka perustuu geometriseen ajatukseen, jossa tunnettaessa kolmiosta yhden sivun pituus ja kahden kulman suuruus voidaan loput tuntemattomat laskea. Kolmiomittauksessa havaitaan jokaiselta havaintopaikalta kulmahavainnot viereisiin näkyviin kolmiopisteisiin.

Konstellaatio. Tähtien tai satelliittien sijoittuminen toisiinsa nähden taivaankannella ja niiden muodostama kokonaisuus.

Lieriöprojektio. Karttaprojektiotyyppi, jossa vertauspinta kuvataan sitä sivuavalle tai leikkaavalle lieriölle.

Luotiviivapoikkeama. Painovoimavektorin suuntaisesti asettuvan luotiviivan ja ellipsoidipinnan normaalin erotus, toisin sanoen tähtitieteellisten ja geodeettisten koordinaattien erotus.

Mareografi. Meriveden korkeutta mittaava ja seuraava laite.

Nollahypoteesi. Odotettavissa oleva tulos, olettamus.

Oikeakulmaisuus. Eräs karttaprojektioiden ominaisuuksista. Säilyttää projisoitaessa kohteiden väliset kulmat samoina kuin vertauspinnalla.

Perusviiva. Hyvin tarkasti mitattu etäisyys kolmioverkossa. Aikaisemmin sen määrittäminen tapahtui erilaisilla mittatangoilla ja -langoilla ja sittemmin esimerkiksi Väisälä-komparaattorilla. Satelliittipaikannustekniikan yleistyttyä geodeettisten verkkojen mittauksessa perusviivojen mittaaminen on käytännössä loppunut kokonaan.

Projektiokaista. Karttaprojektiot on jaettu projektiokaistoihin, jotta projisioinnista johtuvat projektiokorjaukset pysyvät pieninä.

Projektiokorjaus. Projisoitaessa vertauspintaa tasoksi syntyy mittakaava- ja suuntavirhettä, eli projektiovirhettä. Perinteisiin geodeettisiin suunta- ja etäisyyshavaintoihin on tehtävä projektiokorjaukset, jotta niitä voidaan käyttää projektiotasolla.

Projektiovirhe. Ks. Projektiokorjaus.

Rataparametrit. Kappaleen kiertoradan muodon, koon ja suunnan määrittävät muuttujat. Satelliittien ellipsiratojen rataparametrit eli elementit ovat ellipsin isopuoliakseli, sen eksentrisyys, radan inklinaatio, nousukohdan pituusaste, perigeumin argumentti ja keskianomalia.

Refraktio. Valon taittuminen.

RINEX-formaatti. Receiver Independent Exchange Format. Satelliittihavaintojen raakadatan yhtenäisformaatti, jolla laitevalmistajan tiedostoformaatista riippumatta saadaan aineisto yhtenäiseksi.

Suorakulmaiset koordinaatit. Karteesinen koordinaattijärjestelmä (XYZ), jonka akselien pituusyksikkö on metri.

Tähtitieteelliset havainnot. Havaintokojeella tehdyt kulmahavainnot tähtiin. Määritetään tähden deklinaatio ja rektaskensio (δ ja α), joiden avulla saadaan havaintopaikan sijainti maapallolla, eli niin sanotut tähtitieteelliset koordinaatit.

Tähtitieteelliset koordinaatit. Sijainnin esitys maapallon pinnalla luotiviivan mukaisesti leveysasteen ja pituusasteen (Φ ja Λ) avulla. Yksikkönä on aste.

Tähtivuorokausi. Aika, joka maapallolta kuluu yhden täyden pyörähdyksen tekemiseen. Tähtivuorokauden pituus on noin 23 h 56 min 4 s eli hieman aurinkovuorokautta (24 h) lyhyempi.

Vertausellipsoidi. Matemaattinen pinta, jolla kuvattavaa kohdetta pyritään mallintamaan mahdollisimman hyvin Maan pinnan lähellä.

VLBI. Very Long Baseline Interferometry. Menetelmä, jossa kvasaarien lähettämän radio-signaalin avulla määritetään havaintopaikkojen välinen vektori.

1 Johdanto

Tämä diplomityö esittelee Sipoon kunnan ETRS89-koordinaattijärjestelmään siirtymistä. Työssä esitellään kirjallisuuslähteiden avulla siirtymiseen tarvittavia työkaluja, kuten relatiivista satelliittipaikannusta ja koordinaattimuunnoksia ja -konversioita. Tasoituslaskennan hallitseminen on myös oleellinen osa-alue geodeettisten verkkojen mittauksessa. Tasoituslaskentaa esitellään työssä verkkotasoituksen pohjalta. Työn käytännön osassa esitellään kunnan peruspisteverkon suunnittelua, mittausta ja laskentaa sekä muunnosmallin valintaa ja ratkaistuja muunnosparametreja ja -yhtälöitä.

ETRS89-koordinaattijärjestelmän käyttöönotosta on tehty aikaisemminkin diplomi- ja insinööritöitä. Tero Piiraisen insinöörityö Keravan kaupungin runkoverkon saneerauksesta esitteli käytännön toimet runkoverkon mittauksesta ja laskennasta (Piirainen 2009). Virtain kaupungille tehdyssä selvityksessä erilaisista muunnosvaihtoehdoista, Antti Väätäinen selvitti hyvin syvällisesti erilaisia muunnosvaihtoehtoja ja uuden tasokoordinaatiston valintaa (Väätäinen 2010). Petri Honkasen diplomityö Lahden kaupungin taso- ja korkeusjärjestelmien vaihtamisesta oli aihepiirinsä ensimmäinen työ ja siinä esiteltiin itse muunnoksen lisäksi sen vaikutusta muunnettavaan pisteistöön (Honkanen 2010). Suomessa käytössä olevista, uusista ja vanhoista koordinaatistoista on myös tehty diplomityö Jyrki Puupposen toimesta (Puupponen 2007). Puupposen diplomityössä esitellään järjestelmien määrittämistä ja niiden tarkkuutta.

Tämän diplomityön tarkoituksena on esitellä relatiivista satelliittipaikannusta, erilaisia koordinaatistomuunnoksia ja sitä, miten ETRS89-koordinaattijärjestelmään siirtyminen tehdään Sipoon kunnassa. Työssä esitellään Sipoon kunnan uuden peruspisteverkon suunnittelu, mittaus ja tasoitus. Lisäksi esitellään kunnan koordinaatistomuunnokseen valitun muunnosmallin laskentaprosessi ja ratkaistut muunnosparametrit sekä muut tunnusluvut.

Työn kirjallisessa osassa esitellään relatiivista satelliittipaikannusta ja havaintovektorien laskentaa sekä koordinaattimuunnosmalleja ja verkkotasoituksessa tarvittavaa tasoituslaskentaa. Uuden ja vanhan järjestelmän ominaisuuksia ja eroja ja niihin liittyviä tasokoordinaatistoja käsitellään kirjallisuuslähteiden avulla. Peruspisteverkon suunnittelun lähtökohdat ja mittauksen dokumentoinnin periaatteet esitellään myös olemassa olevien ohjeiden mukaisesti. Työn pääpaino on relatiivisessa paikannuksessa ja koordinaattimuunnoksissa.

Työn käytännön osuudessa esitellään Sipoon kunnan ETRS89-koordinaattijärjestelmään siirtyminen. Aluksi tutkitaan kunnan tarpeet uudelle koordinaattijärjestelmälle ja uusille peruspisteille sekä esitellään kunnassa tehtyä pisteinventointia ja sen perusteita. Uuden peruspisteverkon suunnittelu, mittausten suunnittelu ja itse mittauskampanja käydään myös läpi. Runkoverkon oikeaoppinen tasoittaminen on lähes yhtä tärkeätä kuin oikeaoppisen havaintotyön tekeminen. Verkon laskentaa ja kahden eri vektorilaskentaohjelman ratkaisujen arviointia tarkastellaan myös käytännön osuudessa. Verkkotasoituksesta saadaan lopulta uusien pisteiden geodeettiset koordinaatit. Kunnan vanhan ja uuden järjestelmän välistä koordinaattimuunnosta ja muunnospisteiden valintaa tutkitaan ja perustellaan myös työssä. Tuloksena saadaan kaksisuuntaiset muunnosparametrit Sipoon kunnan koordinaattijärjestelmien välille ja arvioidaan niiden tarkkuutta testilaskennan perusteella.

Työtä on rajattu valitsemalla mukaan vain aiheeseen oleellisesti liittyvät yksityiskohtaiset kirjallisuustutkimukset satelliittipaikannuksesta ja relatiivisesta paikannuksesta. Työssä

esitellään relatiiviseen paikannukseen liittyvät erotushavainnot, alkutuntemattomien ratkaisuperiaate ja havaintovektorien laskenta. GPS- ja GLONASS-järjestelmän eroja ja tilaa heinäkuussa 2012 käydään myös työssä läpi. Tasoituslaskennasta esitellään verkkotasoituksessa tarvittavaa pienimmän neliösumman estimointia ja tasoituksen tulosten analysoinnissa tarvittavia tunnuslukuja. Tunnusluvuista ja niiden laskennasta tarkastellaan muun muassa painoyksikön keskivirhettä, keskivirhettä, virhe-ellipsejä ja redundanssilukuja. Koordinaattimuunnoksista esitellään vain yleisimmät tasomuunnosten yhteydessä käytettävät kuusi-, neljä- ja kolmeparametrinen muunnos sekä kolmiulotteinen seitsemänparametrinen muunnos. Myös konversion käyttö ja muunnosketjun periaate esitellään työssä.

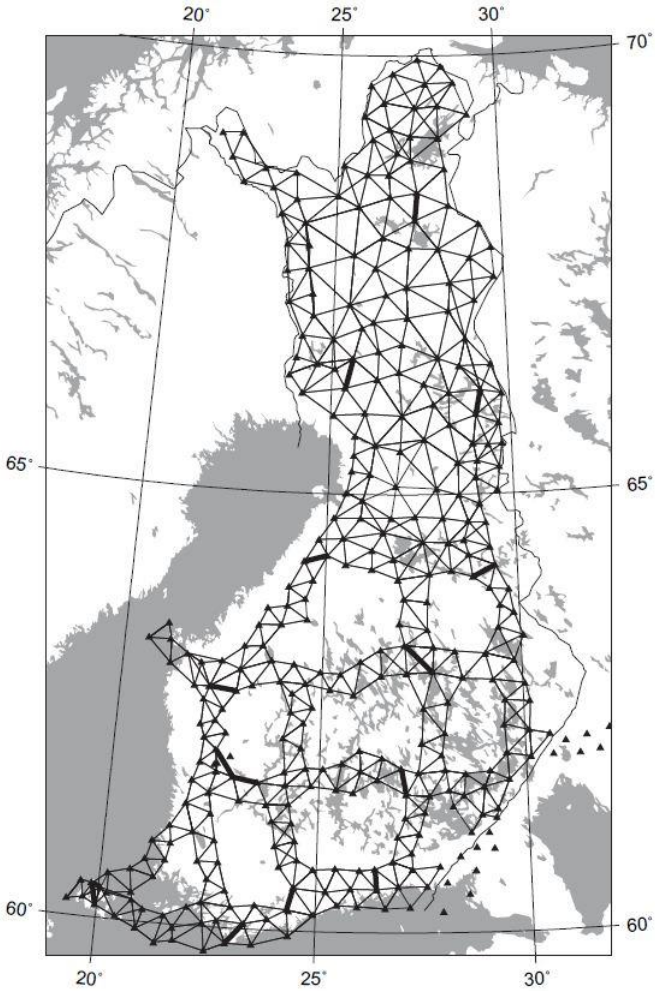
2 Kartastokoordinaattijärjestelmä

Tässä luvussa esitellään 1970-luvulla käyttöön otettua Kartastokoordinaattijärjestelmää, sekä järjestelmässä käytössä olevia tasokoordinaatistoja. Luvun tarkoituksena on selvittää järjestelmän määrittämisen perusteet ja sitä, miksi järjestelmä on tarkkuutensa puolesta heterogeenisempi kuin uusi ETRS89-koordinaattijärjestelmä.

Kartastokoordinaattijärjestelmä otettiin käyttöön Suomen virallisena koordinaattijärjestelmänä Maanmittaushallituksen toimesta vuonna 1970. Sitä edeltävä Helsingin järjestelmä, joka tunnettiin myös valtion vanhana järjestelmänä (VVJ), oli tarkkuutensa puolesta hieman heikko ja epähomogeeninen. Helsingin järjestelmän kolmioverkkoon oli liitetty eri aikoina tehtyjä kolmiomittauksia Etelä- ja Pohjois-Suomen välillä ja mahdollistettiin koordinaattien nopea käyttöönotto valtakunnan kartoitusta varten. Vuonna 1924 käyttöönotettu Helsingin järjestelmä ei myöskään ottanut huomioon luotiviivapoikkeamia, mikä heikensi sen tarkkuutta. Helsingin järjestelmän vertausellipsoidiksi valittiin parhaiten maapallon pintaan Euroopan alueella yhtyvä Kansainvälinen ellipsoidi 1924. Hayford-ellipsoidina myös tunnettu vertausellipsoidi ei ole geosentrinen, vaan sen ero Maan massakeskipisteeseen on noin 200 metriä. Helsingin järjestelmän karttaprojektioksi valittiin Gauss-Krügerin oikeakulmainen sivuava poikittainen lieriöprojektio. (Häkli ym. 2009, s. 16)

2.1 Ensimmäisen luokan kolmiomittaus

Geodeettinen laitos aloitti Suomen ensimmäisen luokan kolmioverkon mittaamisen vuonna 1918 ja sen tarkoituksena oli koko valtakunnan kattavan koordinaattijärjestelmän perustaminen. Kolmiomittauksen tuloksena saatiin yhtenäisessä koordinaatistossa oleva koko valtakunnan kattava ylimmän luokan kiintopisteistö. Ensimmäisen luokan kolmioverkon avulla voitiin myös tutkia geoidin ja vertausellipsoidin suhteita Suomen alueella. Kolmiopisteitä mitattiin yhteensä 291 kappaletta (Kuva 1).



Kuva 1 Suomen ensimmäisen luokan kolmioverkko. Paksut tummat viivat esittävät pääsivuja, joiden pituus johdettiin suurennusverkkojen kautta invarlangoilla määritetyistä perusviivoista. (Häkli ym. 2009, s. 10)

Ensimmäisen luokan kolmioverkko mitattiin aikakautensa tarkimmilla laitteilla ja menetelmillä. Kolmioiden kulmat mitattiin useiden havaintojen sarjoina sääolosuhteiden ollessa parhaat mahdolliset. Lisäksi kolmioverkon luotettavuutta parannettiin havaitsemalla kolmioista kaikki kulmat. Havaintojen merkittävällä ylimäärityksellä pyrittiin eliminoimaan havaintoja haittaavat virhelähteet, kuten refraktion vaikutus ja havaintotyössä sattuneet karkeat virheet.

Mittauskolmioiden sivujen pituudet saatiin nikkeliteräksestä valmistetuilla invarlangoilla, joiden lämpölaajeneminen oli hyvin pieni. Invarlangoilla määritettiin 2,6–6,2 kilometrin pituisia perusviivoja aina 100–200 kilometrin välein, jotta verkon mittakaava pysyisi homogeenisenä koko kolmioverkon alueella. Perusviivan pituus siirrettiin erillisen kolmioverkon, eli suurennusverkon ja kulmamittauksen avulla 30–50 kilometrin pituisiksi kolmion perussivuiksi. Kaikilla 291:llä ensimmäisen luokan kolmiopisteellä suoritettiin lisäksi tähtitieteelliset havainnot, joilla mittausverkko saatiin orientoitua oikeaan paikkaan ja asentoon maapallon pinnalla. (Tikka 1986, s. 37; Häkli ym. 2009, s. 9–15)

2.2 Kolmioverkon tasoitus

Ensimmäisen luokan kolmioverkon tasoitus suoritettiin vuosina 1956–1966. Tasoituksessa otettiin huomioon koko verkon luotiviivapoikkeamat. Kolmioverkko kiinnitettiin Simsiön kolmiopisteeseen G90. Simsiön kolmiopisteestä tuli verkon lähtöpiste, sen ollessa yksi yleiseurooppalaisen ED50-koordinaattijärjestelmän pisteistä. Tasoitettu ED50-verkko voitiin nyt sijoittaa tarkasti maapallon pinnalle. Pisteiden ED50-koordinaatteja ei kuitenkaan käytetty kartastotöissä, vaan niiden avulla siirrettiin verkon sisäinen tarkkuus Kartastokoordinaattijärjestelmään. Tasoitettujen havaintojen perusteella laskettiin 291 kolmiopisteelle lopulliset geodeettiset koordinaatit. Täydentävien mittausten osalta ensimmäisen luokan kolmioverkko valmistui vasta vuonna 1987. (Häkli ym. 2009, s. 9, 16–17)

2.3 Kartastokoordinaattijärjestelmän määrittäminen

Ensimmäisen luokan kolmioverkon mittauksen ja tasoituksen jälkeen Helsingin järjestelmän heikkoudet havaittiin. Helsingin järjestelmän koordinaattien havaittiin poikkeavan tasolle projisoiduista ED50-järjestelmän koordinaateista x-koordinaatissa noin 50 metriä ja y-koordinaatissa noin 100 metriä, kun pisteiden luotiviivapoikkeamat otettiin huomioon tasoituksessa. Havaitut koordinaattierot johtuivat pääasiassa Helsingin järjestelmän lähtöpisteen maantieteellisistä koordinaateista, joiksi olivat otettu pisteen tähtitieteelliset koordinaatit. Uuden koordinaattijärjestelmän haluttiin yhtyvän mahdollisimman tarkasti aikaisempaan järjestelmään, koska valtakunnan kartoitus oli jo aloitettu ja järjestelmien väliset erot olisivat näkyneet 1:20 000 maastokartoilla noin 5 millimetrin virheinä. (Häkli ym. 2009, s. 16–17; Maanmittauslaitos 2003, s. 36–37)

Kartastokoordinaattijärjestelmä (KKJ) luotiin laskemalla neliparametrinen yhdenmuotoismuunnos Helsingin järjestelmän ja ED50-järjestelmän välille. Vastinpisteinä käytettiin 202:ta molemmissa järjestelmissä tunnettua pistettä. Parametreilla laskettiin ensimmäisen luokan kolmiopisteille Kartastokoordinaattijärjestelmän mukaiset koordinaatit, jotka toimisivat uuden järjestelmän realisoivina pisteinä. Origon siirron ja kierron jälkeen Kartastokoordinaattijärjestelmän ja Helsingin järjestelmän koordinaattierot pysyivät koko Suomessa alle neljässä metrissä. Uuden järjestelmän vertausellipsoidiksi valittiin Hayford-ellipsoidi ja karttaprojektioksi Gauss-Krügerin-projektio. Vertausellipsoidi ja karttaprojektio valittiin samoiksi kuin vanhassa järjestelmässä, jotta niiden välinen yhteys säilyisi. (Häkli ym. 2009, s. 17–18; Ollikainen ym. 2002, s. 8–9)

2.4 Kartastokoordinaattijärjestelmän mukaiset tasokoordinaatistot

Peruskoordinaatistossa koko Suomi kuvattiin kuudessa 3 astetta leveässä projektiokaistassa. Projektiokaistoille annettiin kaistatunnukset 0–5 ja niiden keskimeridiaanit olivat asteluvut 18, 21, 24, 27, 30 ja 33 itäistä pituutta. Järjestelmän x-koordinaatti kasvoi päiväntasaajalta ja y-koordinaatille annetaan keskimeridiaanilla arvo 500 000 metriä (valeorigo) negatiivisten arvojen välttämiseksi. Lisäksi y-koordinaattien eteen liitettiin kaistatunnus erottamaan eri kaistat.

Kartastokoordinaattijärjestelmää suunniteltiin käytettäväksi myös yhdellä kaistalla koko valtakunnan kartastotöissä. Kaistan keskimeridiaaniksi valittiin 27 astetta itäistä pituutta. Käytettäessä Kartastokoordinaattijärjestelmää vain yhdellä leveällä projektiokaistalla, aiheuttaa se projektiokorjausten kasvamisen valtakunnan raja-alueilla. Useamman projek-

tiokaistan tapauksessa projektiokorjaukset ovat pienempiä koko valtakunnassa, myös raja-alueilla. (Häkli ym. 2009, s. 17)

2.5 Ensimmäisen luokan kolmioverkon tihennykset

Ensimmäisen luokan kolmioverkko oli hyvin harva, mistä johtuen sen käyttäminen oli hankalaa käytännön mittaustoiminnassa (Kuva 1). Tästä syystä verkkoa tihennettiin toisen ja kolmannen luokan pisteillä. Ensimmäisen luokan pisteistä poiketen näille pisteille ei tehty tähtitieteellisiä havaintoja tai perusviivamittauksia, vaan ne sidottiin aina ylempään luokkaan. Kolmannen luokan pistetiheydeksi saatiin 3–4 kpl/100km^2, mikä oli soveltuva lähtöpisteiksi alempien luokkien mittauksiin ja fotogrammetriseen pistetihennykseen. (Tikka 1986, s. 36–38, 41)

3 ETRS89-koordinaattijärjestelmä

Tässä luvussa esitellään uutta ETRS89-koordinaattijärjestelmää. Luvun tarkoituksena on esitellä koordinaattijärjestelmän luomista ja määrittämistä ja sen homogeenisempaa tarkkuutta Kartastokoordinaattijärjestelmään verrattuna. Koordinaattijärjestelmän yhteydessä käytettävät tasokoordinaatistot esitellään myös tässä luvussa.

Maailmanlaajuinen homogeenisesti määritetty koordinaatisto tuli mahdolliseksi 1900-luvun loppupuoliskolla, kun satelliittipaikannukseen perustuvat geodeettiset havaintomenetelmät kehittyivät. Kansainväliset tiedeyhteisöt ja erilaiset tekniikan alat tarvitsivat myös globaalia koordinaatistoa erilaisiin käyttötarkoituksiin. Satelliittipaikannukseen perustuvat geodeettiset havaintomenetelmät mahdollistivat eri mantereilla olevien koordinaatistojen liittämisen toisiinsa senttimetritarkkuudella. Uudet havaintomenetelmät olivat kolmiomittaukseen verrattuna nopeampia, tarkempia ja vähemmän henkilöresursseja vaativia.

Käytettäessä globaaleja koordinaattijärjestelmiä, tulee niille määrittää myös epookki mannerlaattojen liikkeiden muuttaessa sijainteja maapallolla jatkuvasti. Tästä johtuen tarvitaan lisäksi alueellisia järjestelmiä, jotka ovat sidoksissa globaaliin geosentriseen koordinaatistoon, mutta koordinaatit eivät niissä muutu. (Häkli ym. 2009, s. 19, 22)

3.1 ETRS89-koordinaattijärjestelmän luonti

1980-luvun lopussa aloitettiin Euroopan laajuisen yhtenäisen koordinaattijärjestelmän (European Terrestrial Reference Frame, ETRS) suunnittelu. Koordinaattijärjestelmän päätettiin yhtyvän globaaliin ITRF-koordinaatistoon epookkina 1989.0 ja sen olevan kiinnitetty Euraasian mannerlaatan liikkumattomaan osaan. Koordinaattijärjestelmä sai nimekseen ETRS89.

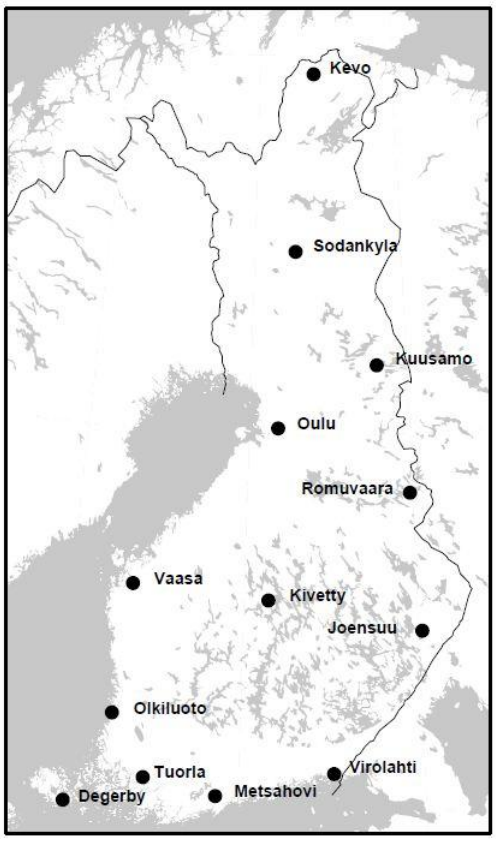
Koordinaattijärjestelmän realisaatio tehtiin Länsi-Euroopan kattavalla GPS-mittauskampanjalla (EUREF89). Koordinaatisto sai orientointinsa ja mittakaavansa VLBI-pisteistä, joiden koordinaatteja pidettiin kiinteinä. Realisaation tuloksena saatiin Maahan kiinnitetty koordinaatisto, jota kutsutaan nimellä ETRF89. ETRS89-koordinaattijärjestelmän koordinaatit perustuvat GRS80-vertausellipsoidiin.

Nykyään ETRS89-realisaation pisteet ovat pääasiassa pysyviä GPS-asemia, joiden rakentaminen aloitettiin 1990-luvun alussa. Asemat muodostavat EUREF Permanent Network -verkon (EPN). EPN-verkon asemia käytetään myös erilaisiin tutkimustarkoituksiin. GPS-asemat pyrittiin sijoittamaan paikkoihin, joissa maankuoren liikkeitä voitiin seurata mahdollisimman luotettavasti. Tällaisia paikkoja ovat esimerkiksi peruskalliolle perustetut betonipilarit ja teräsmastot. Suomesta EPN-verkkoon kuuluvat Metsähovin, Vaasan, Joensuun ja Sodankylän pysyvät GNSS-asemat. Nämä neljä asemaa realisoivat ETRS89-koordinaattijärjestelmän Suomessa ja samalla liittävät Suomessa käytettävät geodeettiset järjestelmät globaaleihin koordinaattijärjestelmiin. (Häkli ym. 2009, s. 22–23; Maanmittauslaitos 2003, s. 38–39; EUREF)

3.2 Suomen EUREF-realisointi ja käyttöönotto

Geodeettinen laitos rakensi Suomen 12 pysyvän GPS-aseman verkon, FinnRef®, uuden koordinaattijärjestelmän rungoksi. Vuosina 1996–1997 Geodeettinen laitos toteutti GPS-mittauskampanjan Suomen kansallisen EUREF-realisaation luomiseksi. Kampanjassa

mitattiin kaikki FinnRef®-pisteet, 91 ensimmäisen luokan kolmiopistettä, 6 mareografia (Degerby, Helsinki, Hanko, Kaskinen, Raahe ja Kemi) ja 3 tarkkavaaituspistettä. Nämä pisteet luovat koordinaattijärjestelmän ylimmän E1-luokan. Kampanjassa luotiin mitattujen ensimmäisen luokan kolmiopisteiden avulla yhteys vanhoihin geodeettisiin järjestelmiin, esimerkiksi ED50-järjestelmään (Kuva 2). (JHS153 2008 s. 8–9; Häkli ym. 2009, s. 24–25; Maanmittauslaitos 2003, s. 39)



Kuva 2 Geodeettinen laitoksen pysyvät FinnRef®-asemat, jotka määrittelevät EUREF-FIN-koordinaatiston. (Häkli ym. 2009, s. 24)

Suomen ETRS89-koordinaattijärjestelmän realisaatio sai nimekseen EUREF-FIN erotukseksi muista ETRS89-realisaatioista, koska sillä oli kaksi epookkia. ETRF-koordinaatit sidottiin Euraasian mannerlaattaan, joka liikkuu maailmanlaajuisessa ITRF-koordinaatistossa. EUREF-FIN-koordinaatiston ulkoinen epookki oli mannerlaatan liikkeiden osalta 1989.0. Koordinaatiston sisäinen epookki oli taas 1997.0 ja sillä otettiin huomioon varsin suuri maannousun Fennoskandian alueella. (Häkli ym. 2009, s. 26)

Uuteen koordinaattijärjestelmään siirtymisen ohjeistus tehtiin Maanmittauslaitoksen ja Geodeettisen laitoksen työryhmässä, jossa laadittiin kaksi siirtymistä käsittelevää julkisen hallinnon suositusta: JHS153 ja JHS154. Siirtyminen uuteen koordinaattijärjestelmään oli perusteltua GNSS-tekniikan yleistymisen myötä. Lisäksi Kartastokoordinaattijärjestelmä poikkesi paljon globaalista koordinaatistosta ja sen sisäinen tarkkuus oli satelliittipaikannustekniikkaan verrattuna huomattavasti heikompi valtakunnan tasolla, johtuen pääasiassa osaverkkojen paikallisista kiertymisistä. Uuteen järjestelmään siirtyminen nähtiin suurena mutta kannattavana projektina, josta saatavat hyödyt arvioitiin huomattavasti sen aiheuttamia haittoja suuremmiksi. (Häkli ym. 2009, s. 27–28)

3.3 EUREF-FIN-pistetihennykset

E1-luokan EUREF-FIN-pisteistöä piti tihentää, jotta pisteitä olisi myös alueellisten käyttäjien saatavilla. Geodeettinen laitos tihensi ylintä luokkaa 350 E1b-pisteellä. Pisteet olivat pääasiassa Maanmittauslaitoksen toisen ja kolmannen luokan Kartastokoordinaattijärjestelmän mukaisia pisteitä.

Maanmittauslaitos tihensi Geodeettisen laitoksen mittauksia noin 2500 E2-pisteellä ja joillain alueilla lisäksi E3-pisteillä. Alempien luokkien pisteväliksi tuli käytännön toimiin soveltuvampi 5–15 kilometriä. Merialueilla ja sisävesillä EUREF-FIN-pisteistöä tihensi Merenkulkulaitos E2- ja E3-luokan pisteillä. EUREF-FIN-pistetihennysten myötä KKJ- ja EUREF-FIN-pistehierarkialla ei välttämättä ole mitään yhteneväisyyksiä. (JHS153 2008 s. 9; Häkli ym. 2009 s. 27–28; Maanmittauslaitos 2003, s. 39–40)

3.4 Suomen ETRS-koordinaattijärjestelmän mukaiset tasokoordinaatistot

ETRS89-koordinaattijärjestelmän myötä on tullut myös tarvetta uusille tasokoordinaatistoille. Järjestelmän koordinaatteja voidaan esittää geodeettisina koordinaatteina ellipsoidipinnalla (λ, φ, h) tai suorakulmaisina kolmiulotteisina koordinaatteina maapallon massakeskipisteestä (X, Y, Z). Tarvittaessa koordinaatteja karttatuotteissa ja eritasoisissa suunnitelmissa (N, E) tulee geodeettiset koordinaatit projisoida tasolle karttaprojektiolla.

Pohjoismaiden tasokoordinaatistoissa suositellaan käytettäväksi Universal Transverse Mercator -karttaprojektiota (UTM) sen oikeakulmaisuudesta johtuen. UTM-karttaprojektio soveltuu hyvin pitkien pohjois-eteläsuuntaisten alueiden kuvaamiseen. Euroopan komissio suosittelee UTM-projektioon perustuvaa ETRS-TMn-koordinaatistoa valtakunnallisiin kartastotöihin, 1:500 000 ja sitä suurempimittakaavaisiin karttoihin. Uusien tasokoordinaatistojen myötä muuttuu myös maastokarttojen karttalehtijako. (JHS154 2008, s. 7; Maanmittauslaitos 2003, s. 45–46)

3.4.1 ETRS-TMn-tasokoordinaatisto

ETRS-TMn on Euroopan alueelle suunniteltu tasokoordinaatisto valtakunnallisiin kartastotöihin. Nimessä ETRS viittaa ETRS89-datumiin, TM pohjoiselle pallonpuoliskolle standardoituun leikkaavaan UTM-lieriöprojektiotyyppiin ja n UTM-projektiokaistan numeroon. Yhdysvaltojen puolustushallinnon karttalaitoksen suunnittelemaa UTM-karttaprojektiota voidaan käyttää maailmanlaajuisissa sovelluksissa. UTM-projektion ominaisuudet esitellään liitteissä (Liite 1). Suomessa ETRS-TMn-tasokoordinaatistoa voidaan käyttää kaistoilla 34, 35 ja 36, jolloin pituusasteet välillä 18–36 itäistä pituutta tulevat katetuiksi. (JHS154 2008, s. 6–7; Häkli ym. 2009 s. 29–30)

3.4.2 ETRS-TM35FIN-tasokoordinaatisto

ETRS-TM35FIN on Suomen alueelle suunniteltu tasokoordinaatisto valtakunnallisiin kartastotöihin. Koordinaatiston erona edelliseen on koko Suomen kuvautuminen yhdellä projektiokaistalla, keskimeridiaanilla 27 astetta itäistä pituutta. Tästä ominaisuudesta kertoo FIN-liite tasokoordinaatiston nimessä. Tasokoordinaatiston origo sijaitsee keskimeridiaanin 27 astetta itäistä pituutta ja päiväntasaajan leikkauskohdassa. Projektiokaistan leveys on standardista poiketen 13 astetta, 8 astetta keskimeridiaanin länsipuolella ja 5 astetta sen

itäpuolella. Keskimeridiaanilla y-koordinaatin arvoksi on määritetty 500 000 metriä (valeorigo). Valeorigon ansiosta valtakunnan alueelle ei tule negatiivisia koordinaatteja.

UTM-karttaprojektiolieriö leikkaa vertausellipsoidin kahdessa kohdassa niin sanotuilla leikkausviivoilla. Keskimeridiaanilla karttaprojektion mittakaava on 0,9996 ja noin 180 kilometrin päässä vertausellipsoidin leikkausviivoilla mittakaava on yksi (1,0000). Tästä johtuen kuvautuvat projisoidut etäisyydet ja pinta-alat keskimeridiaanilla liian lyhyinä ja pieninä, leikkausviivoilla oikeina ja leikkausviivojen ulkopuolella liian pitkinä ja isoina (Taulukko 1).

Taulukko 1 Karttaprojektioiden mittakaavan vaikutus etäisyyksiin ja pinta-aloihin etäisyydellä (d) keskimeridiaanista.

	ETRS-TM35FIN			ETRS-GKn		
d (km)	mk (ppm)	100 m kartalla	100x100 m kartalla	mk (ppm)	100 m kartalla	100x100 m kartalla
0	-400	99,960	9992,01	0	100,000	10000,00
10	-399	99,960	9992,02	1	100,000	10000,02
25	-392	99,961	9992,16	8	100,001	10000,16
50	-369	99,963	9992,62	31	100,003	10000,62
75	-331	99,967	9993,38	69	100,007	10001,38
100	-278	99,972	9994,44	122	100,012	10002,44
150	-125	99,988	9997,50	275	100,028	10005,50
180	-3	99,998	9999,50	397	100,038	10007,50
200	90	100,009	10001,80	490	100,049	10009,80

Peruskartat (1:25 000) ja maastokartat (1:50 000) painetaan jatkossa ETRS-TM35FIN-koordinaatistossa. (JHS154 2008, s. 7, 9; Häkli ym. 2009, s. 29–30)

3.4.3 ETRS-GKn-tasokoordinaatisto

ETRS-GKn on paikalliseen kaavoitus- ja rakentamistoimintaan suunniteltu tasokoordinaatisto. Nimessä ETRS viittaa ETRS89-datumiin, GK Gauss-Krügerin sivuavaan poikittaiseen lieriöprojektioon ja n kaistan keskimeridiaanin astelukuun. Tasokoordinaatiston origo on ekvaattorin ja kyseessä olevan projektiokaistan keskimeridiaanin leikkauskohdassa. Keskimeridiaanilla y-koordinaatin arvo on 500 000 metriä (valeorigo) negatiivisten arvojen välttämiseksi. Lisäksi y-koordinaattien eteen liitetään kaistatunnus erottamaan eri kaistat.

Tasokoordinaatiston keskimeridiaani valitaan alueelle parhaiten soveltuvaksi tasa-asteeksi 19–31 astetta itäistä pituutta väliltä. Yleisemmin kaistanleveydeksi valitaan yksi aste. Keskimeridiaania pidetään kokoajan samana kyseessä olevalla alueella ja oltaessa kaistojen rajoilla kuvataan kohde, esimerkiksi kunta yhdessä ja samassa projektiokaistassa. Projektiokaistojen väli on Etelä-Suomessa 55 kilometriä. Siirryttäessä pohjoisemmaksi projektiokaistojen väli pienenee keskimeridiaanien yhtyessä toisiinsa Pohjoisnavalla.

Keskimeridiaanilla karttaprojektion mittakaava on yksi (1,0000). Sivuavasta projektiotyypistä ja kapeista projektiokaistoista johtuen projektiokorjaukset ovat pieniä. Projisoidut etäisyydet ja pinta-alat kuvautuvat keskimeridiaanilla oikeina. Siirryttäessä kauemmas

keskimeridiaanista kasvavat projektiovirheet (Taulukko 1). (JHS154 2008, s. 7, 9; Häkli ym. 2009, s. 29–30)

4 Kunnan liittyminen ETRS89-koordinaattijärjestelmään

Kuntien vaihtaessa vanhan koordinaattijärjestelmänsä uuteen ETRS89-koordinaattijärjestelmään tulee niille useita hyötynäkökohtia, esimerkiksi ne liittyvät suoraan valtakunnallisiin paikkatietojärjestelmiin ilman muunnoksia. Kunnat käyttävät paikkatiedon tuottamiseen laajasti satelliittipaikannusta, joka toimii uudessa järjestelmässä ilman hankalia muunnoksia. Lisäksi Euroopan komission INSPIRE-direktiivin vaatimus paikkatietojen yhteiskäytöstä ajaa paikkatietoa tuottavia viranomaisia, kuten kuntia, käyttämään paikkatietojärjestelmissä yleiseurooppalaista ETRS89-koordinaattijärjestelmää. Yhteiskäyttöisten paikkatietojen perusta on samaan datumiin perustuva koordinaattijärjestelmä, jossa tarkkuus on homogeeninen ja koordinaatistojen väliset konversiot ovat yksinkertaisia suorittaa. (Häkli ym. 2009, s. 49–50)

4.1 Koordinaattijärjestelmän vaihtaminen

Siirtyminen ETRS89-koordinaattijärjestelmään ja uuden ja vanhan järjestelmän välisten muunnosparametrien määrittäminen tapahtuu ideaalitapauksessa pelkän koordinaattimuunnoksen avulla. Geodeettisen laitoksen ja Maanmittauslaitoksen tekemillä EUREF-FIN-tihennyksillä on saatu ETRS89-koordinaattijärjestelmän mukaisia koordinaatteja myös kuntien perusrunkoverkkojen pisteille (Luku 3.3). Kunnan käyttäessä tasokoordinaatistonaan Kartastokoordinaattijärjestelmän mukaisia tasokoordinaatistoja, voidaan muunnosparametrit laskea näiden pisteiden avulla.

Uuteen ETRS89-koordinaattijärjestelmään siirtymisen yhteydessä kunnan perusrunkoverkkoa myös tarvittaessa saneerataan. Saneerauksessa kunnan perus- ja käyttöpisteille mitataan ETRS89-koordinaattijärjestelmän mukaiset koordinaatit staattisen relatiivisen satelliittipaikannuksen avulla. Mittauskampanjassa verkko sidotaan Maanmittauslaitoksen, Merenkulkulaitoksen tai Geodeettisen laitoksen E1-, E2- tai E3-luokan EUREF-FIN-pisteisiin.

Muunnosparametrien laskennassa toimenpidealueen lähellä ja sen sisällä olevat valtakunnalliset EUREF-FIN-pisteet valitaan muunnoksen vastinpisteiksi. Muunnos pyritään yleensä tekemään yhdenmuotoismuunnoksen avulla. Muunnos voidaan tehdä myös kolmioittaisella affiinisella muunnoksella tapauksissa, joissa koordinaatistojen deformaatiot aiheuttavat liian suuria jäännösvirheitä muunnospisteistöön.

Muunnoksessa käytettävien vastinpisteiden valintaan tulee kiinnittää huomiota. Usein kuntaan on mitattu eri aikoina erilaisin geodeettisin menetelmin pisteitä, joiden välinen tarkkuus voi vaihdella suuresti. Koordinaattien tulee olla mahdollisimman homogeeniset ja pisteiden perustamistavan mahdollisimman luotettava. Muunnospisteistön tulee kattaa alue mahdollisimman tasaisesti, jolloin mikään osa-alue ei painottuisi liikaa muunnosparametrien laskennassa. Muunnospisteitä tulee sijaita myös alueen ulkopuolella, jolloin mahdollistetaan koko alueen jääminen muunnospisteiden muodostaman monikulmion sisään ja muunnosparametrien ongelmaton käyttö myös alueen rajoilla.

Muunnosmallin valintaan tulee myös kiinnittää huomiota. Erilaiset muunnosmallit (Luku 5.2) vaikuttavat muunnettavien pisteiden geometriaan eri tavoilla. Suurella joukolla muunnospisteitä mahdollistetaan muunnoksen ylimääritys, tunnuslukujen laskenta ja karkeita

virheitä sisältävien pisteiden poisto haittaamasta muunnoksen laatua. (Häkli ym. 2009, s. 50)

4.2 INSPIRE-direktiivi ja laki ja asetus paikkatietoinfrastruktuurista

Euroopan Unionin lainsäädäntö suosittelee INSPIRE-direktiivin muodossa ETRS89-koordinaattijärjestelmää yleiseurooppalaiseksi maantieteelliseksi koordinaattijärjestelmäksi. Tämä toimisi yhteisön paikkatietoinfrastruktuurin perustana, jolloin myös yhteisen ympäristöpolitiikan harjoittaminen olisi helpompaa alueelliset ja paikalliset erot huomioon ottaen. (2007/2/EY 2007, s. 1–4; Häkli ym. 2009, s. 50)

Kansallinen lainsäädäntö, laki paikkatietoinfrastruktuurista (421/2009), panee INSPIRE-direktiivin täytäntöön Suomessa ja sen tarkoitus on "...parantaa viranomaisten hallussa olevien paikkatietoaineistojen saatavuutta ja käyttöä luomalla yhtenäinen paikkatietoinfrastruktuuri..." Laki säätää, että paikkatietoa hallinnoivan viranomaisen on laadittava ja pidettävä ajan tasalla lain soveltamisalaan kuuluvia paikkatietoaineistoja ja laadittava ja ylläpidettävä yhteiskäyttöön soveltuva versio aineistosta, joka eritellään Asetuksessa paikkatietoinfrastruktuurista (725/2009). Liitteissä esitellään kunnan yhteiskäyttöön tarkoitetut paikkatiedot (Liite 2). (421/2009; 725/2009)

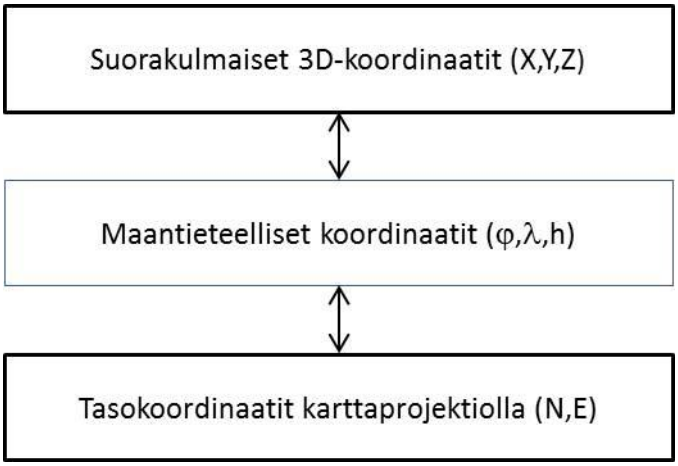
5 Muunnokset

Muunnokset-luvussa esitellään muunnoksen ja konversion ero sekä niiden asianmukaiset käyttötavat. Luvussa esitellään kolme tasomuunnosta, affiininen muunnos, yhdenmuotoismuunnos ja kongruenssimuunnos sekä myös kolmiulotteinen yhdenmuotoismuunnos. Muunnoksista esitellään niiden muunnoskaavat ja muunnoksen tarkkuusluvun, painoyksikön keskivirheen laskenta. Muunnoksista esitellään myös niiden vaikutus muunnettavien pisteiden geometriaan sekä kullekin muunnosmallille soveltuvat tyypilliset käyttötilanteet.

Koordinaattijärjestelmien ja koordinaatistojen yhteydessä tehtävät muunnokset voidaan jakaa kahteen menetelmään: koordinaattimuunnokseen ja koordinaattikonversioon. Menetelmien erot ovat hyvin merkittävät ja niiden eri käyttötarkoituksen ymmärtäminen on tärkeätä oikeanlaisen lopputuloksen saavuttamiseksi. (JHS154 2008, s. 11–13; Häkli ym. 2009, s. 35)

5.1 Koordinaattikonversio

Koordinaattikonversio on koordinaattien esitystavan muuttamista kahden samaan datumiin perustuvan koordinaatiston välillä. Esitystavan muuttamisella tarkoitetaan esimerkiksi geodeettisten EUREF-FIN-koordinaattien projisointia ETRS-TM35FIN-tasokoordinaateiksi. Koordinaattikonversiota tarvitaan usein ennen kuin varsinainen koordinaattimuunnos voidaan suorittaa. Koordinaattikonversion tuloksena saadaan koordinaatteja, jotka ovat saman datumin mukaisia kuin alkuperäiset koordinaatit (Kuva 3). Koordinaattien tarkkuudet pysyvät muuttumattomina edestakaisessa koordinaattikonversiossa, eli konvertoinnissa.



Kuva 3 Koordinaattikonversio tapahtuu samaan datumiin perustuvien koordinaatistojen välillä. (Häkli ym. 2009, s. 36)

Konversio voidaan suorittaa myös kahden karttaprojektion välillä tai kahden samaan koordinaattijärjestelmään perustuvan tasokoordinaatiston välillä. Tasokoordinaatistojen välinen konversio tunnetaan niin sanottuna kaistanvaihtona, esimerkiksi konversio KKJ2- ja KKJ3-projektiokaistojen välillä. Yhteistä kaikille koordinaattikonversioille on konversion tekeminen vertausellipsoidin, eli geodeettisten koordinaattien kautta (Kuva 4). Koordinaattikonversio tapahtuu yleensä tunnettuja kaavoja käyttäen. Suomessa koordinaattikonversiossa käytetään usein Hirvosen projektiokaavaa. (Häkli ym. 2009, s. 35–37)

Kuva 4 Kaistanvaihto tehdään konversiolla geodeettisten koordinaattien avulla. (Häkli ym. 2009, s. 37)

5.2 Koordinaattimuunnos

Koordinaattimuunnos on matemaattinen menetelmä, jolla voidaan muuntaa koordinaatteja myös kahden eri datumiin perustuvan koordinaatiston välillä. Muunnoksella selvitetään matemaattinen yhteys geodeettisten koordinaattijärjestelmien, eli eri datumien välillä siirryttäessä vertausellipsoidilta toiselle. Koordinaattimuunnosta ei voida laskea eriulotteisten koordinaatistojen välille, vaan on koordinaattien esitysmuoto konvertoitava ensin samanlaiseksi. Koordinaattimuunnos suoritetaan muunnoskaavoilla ja -parametreilla, jotka on laskettu molemmissa järjestelmissä mitattujen vastinpisteiden avulla. Parametrien lukumäärä riippuu käytetystä muunnoksesta.

Muunnoksen luotettavuus on suoraan verrannollinen käytettyjen vastin- tai muunnospisteiden lukumäärään. Minimimäärällä vastinpisteitä muunnos saadaan ratkaistua. Vastinpisteiden ylimäärityksellä mahdollistetaan huonojen vastinpisteiden hylkääminen muunnosparametrien laskennasta ja parannetaan siten muunnoksen luotettavuutta. Muunnosparametreilla laskettujen ja alkuperäisten koordinaattien avulla voidaan laskea jäännösvirheet, joiden perusteella voidaan todeta koordinaattien keskinäinen yhteensopivuus. Tietyn pisteen jäännösvirheen ollessa muita huomattavasti suurempi, on se merkki pistejoukkoon sopimattomasta pisteestä. Suurien jäännösvirheiden etsintä tunnetaan Outlier-testinä, johon paneudutaan myöhemmässä luvussa (Luku 7.3.1.5).

Tasokoordinaatistojen välisissä koordinaattimuunnoksissa tulee ottaa huomioon kaksi asiaa

- karttaprojektiotyypin on oltava molemmissa järjestelmissä sama
- tasokoordinaatiston keskimeridiaanin on oltava sama.

Samalle keskimeridiaanille ja karttaprojektiolle siirtyminen voidaan tehdä koordinaattikonversiolla edellisen luvun periaatteella (Luku 5.1).

On huomioitava, että Gauss-Krüger- ja UTM-karttaprojektion välinen muunnos voidaan myös tehdä vain mittakaavaa muuttamalla. Tässäkin tapauksessa on karttaprojektioiden keskimeridiaanien oltava samat. Gauss-Krüger- ja UTM-karttaprojektion välinen muunnos mittakaavaa muuttamalla esitellään liitteissä (Liite 3).

Vastinpisteiden valintaan on syytä kiinnittää huomiota, koska niistä riippuu muunnoksen onnistuminen ja tarkkuus. Koordinaattien määritystapa, pisteiden luokkahierarkia ja pisteiden perustamistapa ovat hyviä valintakriteerejä vastinpisteitä valittaessa. Muunnosmenette-

lyllä saatujen koordinaattien käyttämistä muunnoksissa tulisi välttää. Muunnetut koordinaatit sisältävät edellisestä muunnoksesta kulkeutuneet jäännösvirheet ja vääristävät siten uutta muunnosta.

Koordinaattimuunnoksella syntyy muunnospisteistöön aina jäännösvirheitä, mikä johtuu muunnettavien koordinaatistojen deformoitumisesta. Deformoitumiseen vaikuttavat koordinaatistojen mittauksessa ja laskennassa tapahtuneet virheet. Koordinaattimuunnos kahden eri keskimeridiaanin omaavan projektiokaistan välillä ei ole sallittua, koska muunnoksesta voidaan silloin selkeästi havaita karttaprojektion vääristävä vaikutus. Pistejoukot eivät ole karttaprojektion eri suuresta vaikutuksesta johtuen samanmuotoisia ja muunnoksen jäännösvirheet voivat olla suuriakin. Jäännösvirheiden koko riippuu muunnettavien pistejoukkojen koosta sekä sijoittumisesta projektiokaistalla. (Häkli ym. 2009, s. 37–38; Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen 1999, s. 8–9)

5.2.1 Tasomuunnokset

Koordinaattimuunnosmenetelmiä on tasokoordinaatistojen tapauksessa useita. Käytettävä menetelmä riippuu halutusta muunnostarkkuudesta ja käyttötarkoituksesta. Erilaiset tasomuunnokset kuvaavat muunnospisteistön geometrian eri tavalla. Muunnos voidaan ratkaista triviaalisti, eli minimimäärällä koordinaatteja, joka vastaa ratkaistavien parametrien lukumäärää. Usein kuitenkin on käytössä enemmän pisteitä, kuin muunnos minimissään vaatisi. Ylimäärityksellä kasvatetaan muunnoksen luotettavuutta. Mitä enemmän muunnosparametreja on käytettävissä, sitä voimakkaampi muunnos on, eli sitä paremmin parametrit kuvaavat pisteistöjen välistä matemaattista suhdetta.

Alueelliset tasomuunnokset parantavat huomattavasti muunnoksen tarkkuutta valtakunnallisiin tasomuunnoksiin verrattuna. Alueellisissa muunnoksissa vastinpisteinä käytetään muunnosalueen rajaavia ja sen sisältä löytyviä pisteitä. (Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen 1999, s. 8, 37–38) Seuraavissa kappaleissa on esitelty kolme tasomuunnosta, joita voidaan käyttää alueellisten muunnosparametrien laskemiseksi. Kaavoissa x_i ja y_i kuvaavat tulokoordinaatistoa ja X_i ja Y_i lähtökoordinaatistoa.

5.2.1.1 Kuusiparametrinen muunnos, Affiininen muunnos

Kuusiparametrisessa muunnoksessa molemmilla koordinaattiakseleilla on omat mittakaavakertoimensa ja kiertokulmansa origon siirron lisäksi. Kuusiparametrisen muunnoksen muunnosyhtälöt ovat

$$y_i = sin\, e_x\, m_x X_i + cos\, e_y\, m_y Y_i + y_0 \tag{1}$$

$$x_i = cos\, e_x\, m_x X_i - sin\, e_y\, m_y Y_i + x_0 \tag{2}$$

Kuusiparametrisen muunnoksen muunnosyhtälöt (1 ja 2) matriisimuodossa ovat:

$$\begin{bmatrix} y_i \\ x_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sin\, e_x & cos\, e_y \\ cos\, e_x & -sin\, e_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_0 \\ x_0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Muunnosyhtälöistä (1 ja 2) muodostetaan lyhennysmerkinnät $a_1 = sin\, e_x\, m_x$, $a_2 = cos\, e_y\, m_y$, $a_3 = y_0$, $a_4 = cos\, e_x\, m_x$, $a_5 = -sin\, e_y\, m_y$ ja $a_6 = x_0$. Näistä muodostetaan kuusi parametria: origon siirto a_3 ja a_6, koordinaattiakselien kierrot:

$$e_y = tan^{-1}(\frac{a_5}{a_2}) \tag{4}$$

$$e_x = tan^{-1}(\frac{a_1}{a_4}) \tag{5}$$

ja mittakaavat akselien suunnassa:

$$m_y = \sqrt{a_2^2 + a_5^2} \tag{6}$$

$$m_x = \sqrt{a_4^2 + a_1^2} \tag{7}$$

Muunnos voidaan ratkaista kuudella koordinaatilla, eli kolmella pisteellä. Kuudella koordinaatilla ei kuitenkaan saada muunnokseen lainkaan ylimääritystä, mikä mahdollistaisi huonojen vastinpisteiden poistamisen. Suurella määrällä vastinpisteitä mahdollistetaan myös muunnoksen tunnusluvun, muunnoksen painoyksikön keskivirheen laskenta:

$$m_0 = \sqrt{\frac{v^T v}{2n-6}} \tag{8}$$

jossa v sisältää muunnospisteiden eli vastinpisteiden jäännösvirheet rekisterikoordinaateista laskettuna ja n on vastinpisteiden lukumäärä. Muunnoksen painoyksikön keskivirhe on muunnoksen laadun kontrolli ja sen avulla voidaan paikallistaa pistejoukkoon sopimattomat vastinpisteet jäännösvirheiden outlier-testeillä (Luku 7.3.1.5).

Kuusiparametrisen muunnoksen muunnoskaavojen ja parametrien perusteella muunnos ei säilytä muunnospistejoukon muotoa. Erisuuruiset kiertokulmat ja mittakaavat koordinaattiakseleilla muuttavat pistejoukon geometriaa. Muunnoksen jälkeen neliöt kuvautuvat nelikulmioiksi ja ympyrät ellipseiksi. Affiininen muunnos antaa yleensä pienemmät jäännösvirheet yhdenmuotoismuunnokseen verrattuna. Muunnos on joustava koordinaatistojen deformoitumisen suhteen, kun koordinaatistot sovitetaan toisiinsa alueellisesti kiertämällä ja skaalaamalla akseleita eri suhteissa. Affiininen muunnos soveltuu käytettäväksi kohteissa, joissa yhdenmuotoismuunnoksella vastinpisteiden jäännösvirheet jäävät hyvin suuriksi. Tällaisissa tapauksissa koordinaatistot ovat alueellisesti vääristyneet hyvinkin huomattavasti.

Suuresta pistejoukosta ja alueesta voidaan muodostaa kolmioita ja laskea kolmioiden kärkipisteiden avulla jokaiselle kolmiolle omat affiinisen muunnoksen muunnosparametrit. Tämä menetelmä tunnetaan nimellä ”Affiininen muunnos kolmioittain”. Vastinkoordinaattien ja tuntemattomien parametrien lukumäärän ollessa sama, ei muunnokseen saada lainkaan ylimääritystä. Ylimäärityksen puuttuessa muunnoksen tunnuslukujen laskenta ei onnistu ja karkeita virheitä ei voida paikallistaa muunnospisteistöstä. Kolmioittaisen affiinisen muunnoksen tarkkuutta on siten kontrolloitava esimerkiksi testipistein ja huolellisella vastinpisteiden valinnalla. (Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen 1999, s. 39, Häkli ym. 2009, s. 41)

5.2.1.2 Neliparametrinen muunnos, yhdenmuotoismuunnos

Neliparametrisessa muunnoksessa tehdään origon siirto ja koordinaattiakseleiden yhteinen kierto ja mittakaavan muunnos, eli $e_y = e_x = e$ ja $m_y = m_x = m$. Yksinkertaistamalla kuusiparametrisen muunnoksen muunnosyhtälöitä (1) ja (2) saadaan:

$$y_i = sin\, e\, mX_i + cos\, e\, mY_i + y_0 \tag{9}$$

$$x_i = cos\, e\, mX_i - sin\, e\, mY_i + x_0 \tag{10}$$

Neliparametrisen muunnoksen muunnosyhtälöt (9 ja 10) matriisimuodossa ovat:

$$\begin{bmatrix} y_i \\ x_i \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} sin\, e & cos\, e \\ cos\, e & -sin\, e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_0 \\ x_0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

Muunnosyhtälöistä (9 ja 10) muodostetaan lyhennysmerkinnät $a_1 = sin\, e\, m$, $a_2 = cos\, e\, m$, $a_3 = y_0$, $a_4 = cos\, e\, m$, $a_5 = -sin\, e\, m$ ja $a_6 = x_0$. Huomataan identiteetit $a_1 = -a_5 = b$ ja $a_2 = a_4 = a$, joista muodostetaan neljä parametria: origon siirto a_3 ja a_6, koordinaattiakselien välinen kierto:

$$e = tan^{-1}(\frac{b}{a}) \tag{12}$$

ja mittakaava akselien suunnassa:

$$m = \sqrt{a^2 + b^2} \tag{13}$$

Neliparametrisen muunnoksen ratkaisemiseksi tarvitaan neljä koordinaattia, eli kaksi pistettä. Neljällä koordinaatilla ei kuitenkaan saada muunnokseen lainkaan ylimääritystä, mikä mahdollistaisi huonojen vastinpisteiden poistamisen. Suurella joukolla vastinpisteitä mahdollistetaan myös muunnoksen tunnusluvun, muunnoksen painoyksikön keskivirheen laskenta:

$$m_0 = \sqrt{\frac{v^T v}{2n-4}} \tag{14}$$

jossa v sisältää muunnospisteiden eli vastinpisteiden jäännösvirheet rekisterikoordinaateista laskettuna ja n on vastinpisteiden lukumäärä. Muunnoksen painoyksikön keskivirhe on muunnoksen laadun kontrolli ja sen avulla voidaan paikallistaa pistejoukkoon sopimattomat vastinpisteet jäännösvirheiden outlier-testeillä (Luku 7.3.1.5).

Muunnosyhtälöiden (9 ja 10) perusteella muunnos säilyttää muunnospistejoukon muotosuhteet lähtö- ja tulokoordinaatistojen välillä, mistä tulee sen nimi yhdenmuotoismuunnos. Yhdenmuotoismuunnos soveltuu kahden tasokoordinaatiston väliseen muunnokseen. Muunnos ottaa huomioon koordinaatistojen välisen mittakaavaeron, jolla voi olla suurikin vaikutus muunnettujen pisteiden koordinaatteihin. Yhdenmuotoismuunnos on käyttökelpoinen muunnosmalli varsinkin ylemmän luokan geodeettisissa tasorunkoverkoissa, joissa koordinaattiakseleiden mittakaavojen ja kiertokulmien voidaan olettaa olevan verkon mittaushistorian perusteella identtisiä. (Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen 1999, s. 41)

Neliparametrinen yhdenmuotoismuunnos on suositeltava ja yleisimmin käytetty muunnosmalli EUREF-hankkeissa. Näissä hankkeissa käytetään muita muunnosmalleja hyvin harvoin ja vain poikkeustilanteissa, kuten voimakkaasti vääristyneissä vanhoissa runkoverkoissa.

5.2.1.3 Kolmeparametrinen muunnos, kongruenssimuunnos

Kolmeparametrisessa muunnoksessa akselien kierto asetetaan samaksi $e_y = e_x = e$. Muunnoksessa mittakaavaa ei ratkaista ja se eliminoidaan muunnoksesta antamalla sille arvo yksi, $m_y = m_x = 1$. Yksinkertaistamalla kuusiparametrisen muunnoksen muunnosyhtälöitä (1) ja (2) saadaan muunnosyhtälöt:

$$y_i = sin\, e\, X_i + cos\, e\, Y_i + y_0 \tag{15}$$

$$x_i = cos\, e\, X_i - sin\, e\, Y_i + x_0 \tag{16}$$

Kolmeparametrisen muunnoksen muunnosyhtälöt (15 ja 16) matriisimuodossa ovat:

$$\begin{bmatrix} y_i \\ x_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sin\, e & cos\, e \\ cos\, e & -sin\, e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_0 \\ x_0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

Muunnosyhtälöistä (15 ja 16) muodostetaan lyhennysmerkinnät $a_1 = sin\, e$, $a_2 = cos\, e$, $a_3 = y_0$, $a_4 = cos\, e$, $a_5 = -sin\, e$ ja $a_6 = x_0$. Huomataan identiteetit $a_1 = -a_5 = b$ ja $a_2 = a_4 = a$, joista muodostetaan kolme parametria: origon siirto a_3 ja a_6 ja koordinaattiakselien välinen kierto:

$$e = tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \tag{18}$$

Kongruenssimuunnoksen ratkaisemiseksi tarvitaan kolme koordinaattia, eli 1½ pistettä. Kolmella koordinaatilla ei kuitenkaan saada muunnokseen lainkaan ylimääritystä, mikä mahdollistaisi huonojen vastinpisteiden poistamisen muunnoksesta. Suurella joukolla vastinpisteitä mahdollistetaan myös muunnoksen tunnusluvun, muunnoksen painoyksikön keskivirheen laskenta:

$$m_0 = \sqrt{\frac{v^T v}{2n-3}} \tag{19}$$

jossa v sisältää muunnospisteiden eli vastinpisteiden jäännösvirheet rekisterikoordinaateista laskettuna ja n on vastinpisteiden lukumäärä. Muunnoksen painoyksikön keskivirhe on muunnoksen laadun kontrolli ja sen avulla voidaan paikallistaa pistejoukkoon sopimattomat vastinpisteet jäännösvirheiden outlier-testeillä (Luku 7.3.1.5).

Kolmeparametrisen muunnoksen muunnosyhtälöiden (15 ja 16) perusteella se ei vaikuta muunnospisteistön muotosuhteisiin. Muunnos kuvaa neliöt neliöiksi ja ympyrät ympyröiksi, lisäksi pinta-alat ja pituudet säilyvät muuttumattomina lähtö- ja tulokoordinaatistossa. Pelkkään siirtoon ja kiertoon perustuva kongruenssimuunnos antaa mahdollisuuden tutkia kahden koordinaatiston välistä suhdetta tapauksissa, joissa mittakaavan tulisi olla 1,000. Tällaisia tapauksia ovat esimerkiksi teollisuuden tarkkuusmittaukset. Muunnettujen pisteiden ja rekisterikoordinaattien avulla lasketuista jäännösvirheistä nähdään järjestelmien väliset todelliset erot ja voidaan päätellä niiden deformoituminen toisiinsa nähden ilman mittakaavan vaikutusta. (Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen 1999, s. 42)

5.2.2 Seitsemänparametrinen muunnos

Tasomuunnosten lisäksi alueellinen muunnos voidaan laskea seitsemänparametrisen muunnoksen avulla. Muunnosta voidaan käyttää esimerkiksi Kartastokoordinaattijärjestelmässä tapahtuvassa satelliittipaikannuksessa. Muunnoksella tehdään siirtyminen KKJ- ja ETRS-datumien välillä. Insinööriteknisissä mittaustehtävissä on muunnosta käytetty usein mittaamalla toimenpidealueen ympäriltä Kartastokoordinaattijärjestelmän mukaisia pisteitä tarkan datum-muunnoksen suorittamiseksi.

Seitsemänparametrisessa muunnoksessa lähtö- ja tulokoordinaatistoina käytetään kolmiulotteista karteesista koordinaatistoa. Muunnoskaava on:

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = (1+m)R_3R_2R_1 \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \tag{20}$$

Muunnosparametreina ovat kolme origon siirtoa $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$, kolme kiertoa akselien ympäri e_x, e_y, e_z ja mittakaavakerroin, joka on sama kaikilla akseleilla, $m_x = m_y = m_z = m$.

Akselien kierroista muodostetaan kiertomatriisit:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos e_x & \sin e_x \\ 0 & -\sin e_x & \cos e_x \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} \cos e_y & 0 & -\sin e_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin e_y & 0 & \cos e_y \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} \cos e_z & \sin e_z & 0 \\ -\sin e_z & \cos e_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{23}$$

Kierrot ovat positiivisia myötäpäivään, kun katsotaan positiivisen akselin suuntaan oikeakätisessä koordinaatistossa. Kiertomatriisien (21–23) tuloksi saadaan:

$$R_{123} = \begin{bmatrix} \cos e_y \cos e_z & \cos e_x \sin e_z + \sin e_x \sin e_y \cos e_z & \sin e_x \sin e_z - \cos e_x \sin e_y \cos e_z \\ -\cos e_y \sin e_z & \cos e_x \cos e_z - \sin e_x \sin e_y \sin e_z & \sin e_x \cos e_z + \cos e_x \sin e_y \sin e_z \\ \sin e_y & -\sin e_x \cos e_y & \cos e_x \cos e_y \end{bmatrix} \tag{24}$$

Kiertokulmien ollessa pieniä, $e < 1\,mgon$, kiertomatriisi (24) yksinkertaistuu, kun $\sin e_x \sin e_y \approx \sin e_x \sin e_z \approx \sin e_y \sin e_z \approx 0$, $\sin \alpha = \alpha$ ja $\cos \alpha = 1$. Yksinkertaistuksen jälkeen kiertomatriisi (24) saa muodon:

$$R_{123} = \begin{bmatrix} 1 & e_z & -e_y \\ -e_z & 1 & e_x \\ e_y & -e_x & 1 \end{bmatrix} \tag{25}$$

Kiertokulmien yksikkönä tulee olla radiaanit, jotta ne voidaan sijoittaa muunnoskaavaan (20). Muunnoskaava (20) saa nyt muodon:

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = (1+m) \begin{bmatrix} 1 & e_z & -e_y \\ -e_z & 1 & e_x \\ e_y & -e_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \tag{26}$$

Alaindeksi 1 kuvaa lähtökoordinaatistoa ja alaindeksi 2 tulokoordinaatistoa.

Seitsemänparametrisen muunnoksen ratkaisemiseksi tarvitaan vähintään seitsemän koordinaattia, eli kolme pistettä, joilla on kolme koordinaattia. Seitsemällä koordinaatilla ei muunnokseen saada kuitenkaan lainkaan ylimääritystä, mikä mahdollistaisi huonojen vastinpisteiden poistamisen muunnoksesta. Suurella joukolla vastinpisteitä mahdollistetaan muunnoksen tunnusluvun, muunnoksen painoyksikön keskivirheen laskenta:

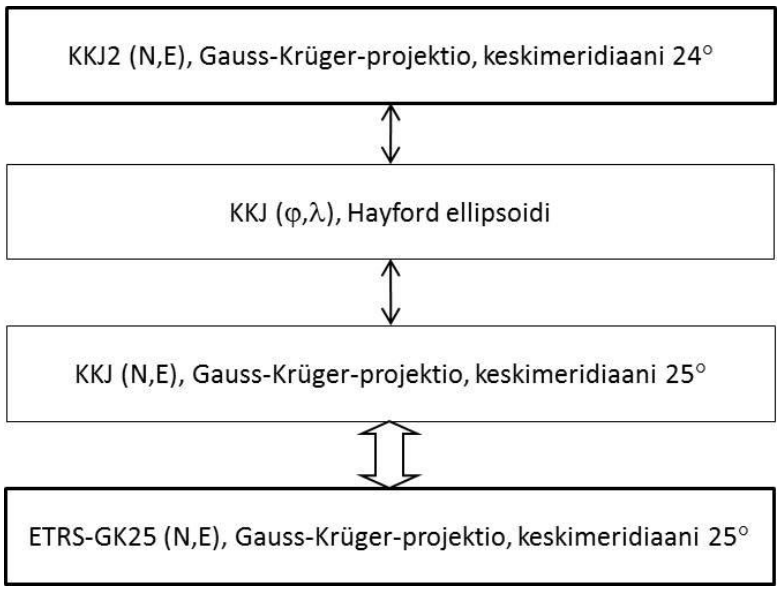
$$m_0 = \sqrt{\frac{v^T v}{3n-7}} \tag{27}$$

jossa v sisältää muunnospisteiden eli vastinpisteiden jäännösvirheet rekisterikoordinaateista laskettuna ja n on vastinpisteiden lukumäärä. Muunnoksen painoyksikön keskivirhe on muunnoksen laadun kontrolli ja sen avulla voidaan paikallistaa pistejoukkoon sopimattomat vastinpisteet jäännösvirheiden outlier-testeillä (Luku 7.3.1.5).

Seitsemänparametrinen yhdenmuotoismuunnos säilyttää muunnospistejoukon muotosuhteet lähtö- ja tulokoordinaatiston välillä, kuten neliparametrinen yhdenmuotoismuunnos. (Häkli ym. 2009, s. 76–77; Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen 1999, s. 44–46)

5.3 Muunnosketju

Tehtäessä muunnoksia syntyy usein niin sanottu muunnosketju, jossa yhdistellään peräkkäin koordinaattikonversioita ja -muunnoksia (Kuva 5). Muunnosketjua tarvitaan lähtöjärjestelmästä tulojärjestelmään pääsemiseksi. Yleensä kahdessa eri järjestelmässä olevat koordinaatit ovat eri datumin lisäksi eri esitysmuodossa, esimerkiksi EUREF-FIN-koordinaatit (λ, φ, h) ja KKJ-koordinaatit (N, E). (Häkli ym. 2009, s. 39)



Kuva 5 KKJ2- ja ETRS-GK25-tasokoordinaatistojen välinen muunnosketju. Ohuet nuolet kuvaavat koordinaattikonversioita ja paksu nuoli koordinaattimuunnosta. (Häkli ym. 2009, s. 39)

5.4 ETRS89-koordinaattijärjestelmän ja Kartastokoordinaattijärjestelmän väliset muunnokset

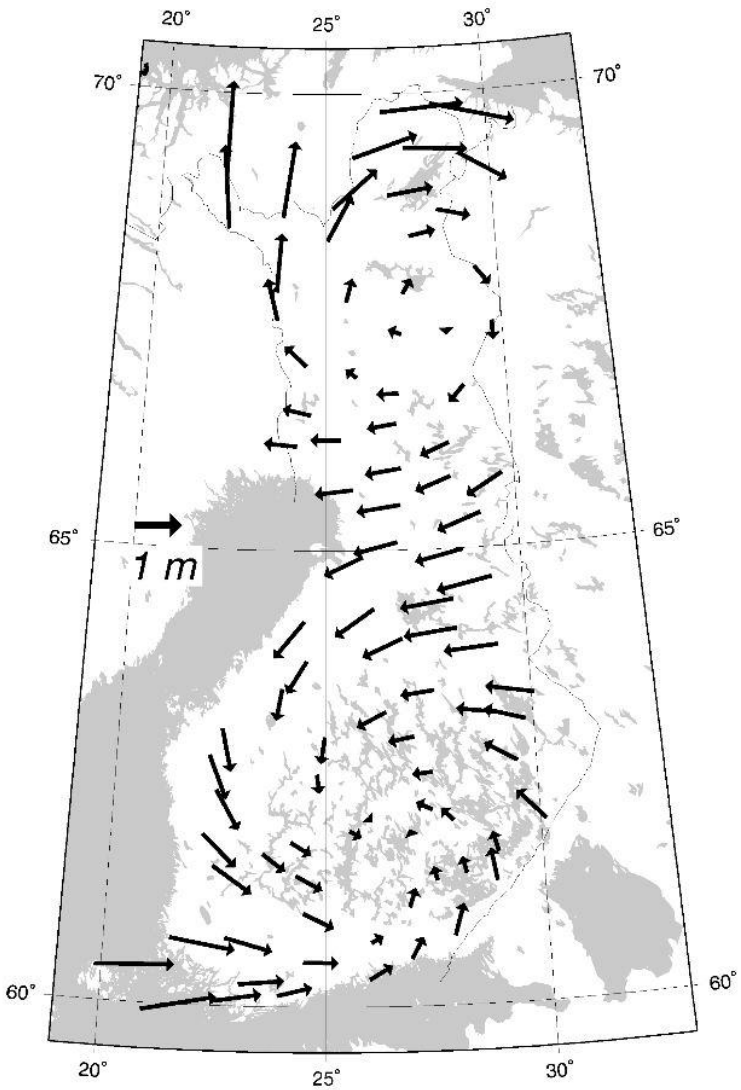
Geodeettisen laitos on laskenut ETRS89-koordinaattijärjestelmän ja Kartastokoordinaattijärjestelmän välille valtakunnallisen seitsemänparametrisen yhdenmuotoismuunnoksen, affiinisen kolmioittaisen muunnoksen ja neliparametrisen yhdenmuotoismuunnoksen muunnosparametrit. Muunnosparametrit ja niiden tarkkuudet esitellään Julkisen hallinnon suosituksissa 153 ja 154 ja Jyrki Puupposen diplomityössä. Valtakunnalliset parametrit ovat käyttökelpoisia valtakunnallisiin kartastotöihin, mutta alueellisiin hankkeisiin liian epätarkkoja.

Valtakunnallisen seitsemänparametrisen ja neliparametrisen yhdenmuotoismuunnoksen muunnosvirheistä ja jäännösvirheistä voidaan todeta Kartastokoordinaattijärjestelmän sisäiset virheet. Luvussa 2 todettiin Kartastokoordinaattijärjestelmän mittakaavan perustuvan perusviivoihin, joita määritettiin 100–200 kilometrin välein. Luvussa todettiin myös Kartastokoordinaattijärjestelmän realisoivien pisteiden koordinaattien olevan muodostettu neliparametrisella yhdenmuotoismuunnoksella. Nämä Kartastokoordinaattijärjestelmän deformaatiot näkyvät nyt tehtäessä muunnos homogeenisesti määritettyyn ETRS89-koordinaattijärjestelmään. Esitetyissä valtakunnallisissa muunnoksissa muunnospisteiden jäännösvirheet ovat hyvinkin suuria, 0,5–2 metriä. Kartastokoordinaattijärjestelmän voidaan todeta siis olevan deformoitunut valtakunnallisesti, mikä johtuu suurelta osin alueellisten kolmioverkkojen erilaisista orientoinneista (Kuva 6). Koska kolmiomittauksen mittakaava saatiin paikallisista perusviivoista ja työtä tehtiin osissa, on järjestelmän alueellinen tarkkuus huomattavasti parempi. Sipoon kunnan neliparametrisen yhdenmuotoismuunnoksen keskivirhe m_0 ± 0,020 metriä (Luku 10.3.3), osoittaa Kartastokoordinaattijärjestelmän paikallisen lähipistetarkkuuden olevan huomattavasti valtakunnallista tarkkuutta paremman.

Valtakunnallisessa affiinisessa muunnoksessa muunnospisteistön jäännösvirheet pysyvät pieninä. Suurimmat jäännösvirheet ovat keskimäärin 0,1 metriä. Muunnoksessa Suomi on jaettu kolmioihin, joilla jokaisella on omat muunnosparametrinsa. Kolmioilla jäljitellään Kartastokoordinaattijärjestelmän vääristymiä ja pyritään korjaamaan ne. (JHS153 2008, s. 10–11; JHS154 2008, s. 12–13; Puupponen 2007, s. 64–70)

Valtakunnallisissa kartastotöissä ja paikkatietokannoissa metriluokan jäännösvirheillä ei ole varsinaista merkitystä, mutta suurempimittakaavaisissa kartoissa ja kuntatason paikkatiedoissa tämän kokoiset virheet eivät ole hyväksyttäviä. Tästä johtuen onkin tarpeellista laskea paikallinen koordinaattimuunnos kunnan paikkatietojen ja karttojen muuntamiseksi ETRS89-koordinaattijärjestelmään. (Häkli ym. 2009, s. 44–49)

Laskettaessa muunnosparametreja pienelle alueelle, tulee ottaa huomioon alueellisen pistejoukon kuvaavan vain kyseessä olevaa aluetta. Ratkaisuna saatuja parametreja voidaan käyttää vain vastinpisteiden rajaaman alueen sisällä. Alueen ulkopuolella muunnettujen koordinaattien pistekeskivirheet voivat kasvaa hyvinkin suuriksi.



Kuva 6 Koko valtakunnan kattavasta seitsemänparametrisesta yhdenmuotoismuunnoksesta johdetut jäännös-virheet. (JHS153 2008 Liite 3. s. 1)

6 Global Navigation Satellite System, GNSS

Satelliittipaikannusjärjestelmien kehittäminen on ollut pääasiassa suurvaltojen ja kansallisten yhteisöjen käsissä. Yhdysvaltojen GPS ja Venäjän GLONASS ovat tällä hetkellä ainoat täysin toimintakuntoiset paikannusjärjestelmät. Molemmat järjestelmät on pääasiassa kehitetty maiden asevoimien tarpeisiin. Euroopan Unioni, Japani ja Kiina ovat myös kehitelleet omia satelliittipaikannusjärjestelmiä.

Tässä luvussa esitellään edellä mainittua kahta satelliittipaikannusjärjestelmää ja niiden tilaa heinäkuussa 2012. Luvun pääpaino on relatiivisen paikannuksen esittelyssä ja siihen oleellisesti liittyvässä alkutuntemattomien ratkaisussa ja havaintovektoreiden muodostuksessa. Relatiivisen paikannuksen jälkilaskenta ja sen tunnuslukujen, Ratio- ja RMS-arvon ymmärtäminen ovat myös oleellisessa osassa havaintopaikkojen välisten havaintovektorien tarkkuutta arvioitaessa.

6.1 Satelliittipaikannuksen perusteet ja järjestelmät

Absoluuttinen satelliittipaikannus perustuu trilateraatioon, jossa havaitsijan sijainti saadaan kolmen pallon leikkauskohdasta. Satelliitin ja havaitsijan välinen etäisyys, niin sanottu pseudoetäisyys saadaan signaalin kulkuajan mittauksesta. Lähetysaika välitetään navigointikoodissa, jota verrataan vastaanottimessa muodostettuun koodiin. Pseudoetäisyydet ovat järjestelmällisesti liian lyhyitä tai pitkiä vastaanottimissa käytetyistä kvartsioskillaattoreista johtuen. Tästä syystä tarvitaan vielä yksi satelliitti vastaanottimen kellovirheen ΔT selvittämiseksi. Pseudoetäisyys p satelliitin ja havaintopaikan välillä on:

$$p = \rho + c(\Delta t - \Delta T) + d_{ion} + d_{trop} \tag{28}$$

missä c on valonnopeus tyhjiössä, Δt satelliitin kellon poikkeama, ΔT vastaanottimen kellon poikkeama, d_{ion} ionosfääriviive, d_{trop} troposfääriviive ja ρ geometrinen etäisyys satelliitin xyz ja havaintopaikan XYZ välillä:

$$\rho = \sqrt{(x - X)^2 + (y - Y)^2 + (z - Z)^2} \tag{29}$$

Järjestelmissä signaali kulkee vain yhteen suuntaan, satelliitista vastaanottimeen, mahdollistaen näin rajoittamattoman käyttäjämäärän. Signaalia lähetetään suurilla kaistanleveyksillä, mikä mahdollistaa useiden signaalien vastaanottamisen samanaikaisesti. Satelliiteissa olevat tarkat atomikellot ja vastaanottimissa olevat heikommat kvartsi-oskillaattorit määrittävät tarkasti signaalin lähetys- ja vastaanottoajan ja luovat kantoaaltojen taajuudet ja paikannussignaalit.

Atomikellojen laatu vaikuttaa suoraan paikannustarkkuuteen. Tästä syystä satelliiteissa käytetään tarkkoja Cesium- tai Rubidium-atomikelloja tai uusimmissa satelliiteissa Vetymaser-atomikelloja. Atomikellot antavat paikannusjärjestelmälle erittäin tarkan mittakaavan, jota voidaan hyödyntää geodeettisissa GNSS-paikannuksissa. (Misra & Enge 2001, s. 19–25, 105, 114, 152)

GNSS-järjestelmät koostuvat kolmesta lohkosta: avaruus-, kontrolli- ja käyttäjälohkosta. Avaruuslohko käsittää satelliitit ja niiden konstellaation. Kontrollilohko sisältää hallintaasemat, joista käsin järjestelmiä hallitaan ja ylläpidetään. Järjestelmien hallintaan liittyy esimerkiksi ratojen hallinta ja ennustaminen, satelliittiajan ja kellokorjausten laskeminen

sekä tarvittavan referenssijärjestelmän ylläpito. Käyttäjälohko koostuu vastaanottimien siviilikäyttäjistä, kuten yksityishenkilöistä ja yrityksistä (Standard Positioning Service, SPS) ja mahdollisesti vain järjestelmän haltijan valtuuttamista käyttäjistä, kuten puolustushallinnot (Precise Positioning Service, PPS). (Misra & Enge 2001, s. 32–37)

Paikannussatelliitit lähettävät paikannusignaalia jatkuvasti useammalla taajuudella. Signaali koostuu kolmesta osasta, signaalin kantoaallosta, binäärikoodatusta näennäissatunnaisesta koodista (Pseudo-random noise, PRN) ja satelliittien sijaintia ja tilaa kuvaavasta navigointiviestistä.

Kantoaallot ja PRN-koodit muodostetaan atomikelloilla, jonka taajuusstandardi on GPS-satelliiteissa 10,23 MHz:n ja GLONASS-satelliiteissa 5,11 MHz:n sinimuotoinen taajuus. Binäärikoodatut PRN-koodit mahdollistavat paikannuksen. Koodin lähettämiseen on kaksi menetelmää. Koodia voidaan generoida matemaattisesti, jolloin kaikki satelliitit voivat lähettää koodia samalla taajuudella sotkeutumatta toisiinsa (Code Division Multiple Access, CDMA) tai sitten samaa koodia voidaan lähettää hieman eri taajuudella (Frequency Division Multiple Access, FDMA). Navigointiviesti on binäärikoodattu viesti satelliitin tilasta, sen sijainnista ja nopeudesta radallaan ja sen atomikellon käyntivirheestä. Viesti sisältää lisäksi almanakan kaikkien satelliittien approksimoidusta sijainnista konstellaatiossa. (Misra & Enge 2001, s. 37–40, 73–81)

6.1.1 Satelliittipaikannuksen virhelähteet

Satelliittipaikannuksessa virhelähteitä on useita ja ne voidaan jakaa kontrollilohkon, signaalin kulkuun vaikuttaviin ja signaalin havaitsemiseen vaikuttaviin virheisiin. Virheiden suuruudet ovat esitetty seuraavassa taulukossa (Taulukko 2).

Kontrollilohkon virheitä ovat satelliitin atomikellon käyntivirheet ja ratavirheet, eli poikkeamat todellisista rataparametreista. Kontrolliasemat laskevat satelliiteille ratatiedot niin sanottuina Broadcast Ephemerideina. Ratatiedot sisältävät satelliittien sijainnit ja nopeusvektorit radoillaan. Kellokorjaukset ja todelliset rataparametrit välitetään käyttäjille satelliittien navigointiviestien välityksellä.

Ilmakehä aiheuttaa radiosignaaliin refraktiota, eli muutosta sen nopeuteen ja suuntaan. Ilmakehän alimmassa osassa troposfäärissä signaalin kulkuun vaikuttaa siinä oleva vesihöyry. Suurin refraktion aiheuttaja on kuitenkin ionosfääri, jossa sijaitseviin vapaisiin elektroneihin Auringon säteily vaikuttaa.

Signaalin havaitsemiseen vaikuttavat virheet ovat vastaanottimen elektroniikan ja antennin aiheuttama kohina ja signaalin monitieheijastus. Monitieheijastus tapahtuu, kun signaali ei saavu vain suoraan antenniin vaan myös heijastuu antennia lähellä olevista kohteista, esimerkiksi rakennuksista, maasta tai vesipinnoista.

Taulukko 2 Paikannussignaalin virhelähteet ja niiden suuruudet.

Virhelaji	Suuruus (m)
Kontrollilohkon virhe	~3,0
Ionosfääri	1,0–10,0
Troposfääri	0,05–0,10
Monitieheijastus	1,0–5,0 (koodihavainnot) 0,01–0,05 (vaihehavainnot)
Vastaanottimen kohina	0,001–0,002

Käytettäessä koodihavaintoa SPS-käyttäjät pääsevät noin 15 metrin paikannustarkkuuteen edellä esitetyillä virhelähteillä. Havaintojen tasotarkkuus on parempi kuin korkeustarkkuus, koska satelliitit ovat sijoittuneet lähelle horisonttia, mutta eivät havaitsijan yläpuolelle.

Virheiden eliminoimiseksi ja tarkemman paikkaratkaisun saamiseksi tarvitaan kantoaaltohavaintoja. Kantoaaltohavainnoilla ja käytettäessä kaksitaajuusvastaanottimia kontrollilohkon virheet eliminoituvat ja ionosfäärin vaikutus saadaan lähes kokonaan poistettua. Troposfäärin aiheuttama refraktio voidaan korjata säähavainnoilla ja troposfäärimalleilla. Monitieheijastukset taas voidaan poistaa lähes kokonaan hyvällä antennisijoittelulla. Ainoaksi virhelähteeksi jää näin ideaaliolosuhteissa vain vastaanottimen kohina. (Misra & Enge 2001, s. 126, 156–178, 234)

6.1.2 Kantoaaltohavainnot

Kantoaallon vaihe saadaan vertaamalla satelliitista vastaanotetun sinimuotoisen kantoaallon ja vastaanottimen luoman keinotekoisen kantoaallon eroa. Lisäksi tulee selvittää täysien aallonpituuksien lukumäärä satelliitin ja vastaanottimen välisen etäisyyden ratkaisemiseksi. Kantoaallon vaiheen havaintoyhtälö vaihekulmana satelliitin j ja havaitsijan u välillä on:

$$\varphi_u^j = 2\pi\left(\frac{\rho + c(\Delta t - \Delta T) + D_{ion} + D_{trop}}{\lambda} + N_u^j + \varepsilon_{\varphi,u}^j\right) \tag{30}$$

missä λ on kantoaallon aallonpituus, ρ satelliitin ja havaitsijan välinen geometrinen etäisyys (29), c valonnopeus tyhjiössä, Δt satelliitin kellokorjaus, ΔT vastaanottimen kellokorjaus, D_{ion} ionosfääriviive, D_{trop} troposfääriviive, N alkutuntematon ja ε mittausvirhe. Yhtälön välimerkit on asetettu plusmerkkisiksi, koska usein vaihe ja vektori ovat erimerkkiset.

Kantoaaltohavainnot voidaan esittää myös vastaavana etäisyytenä:

$$P = \lambda\frac{\varphi_u^j}{2\pi} = \rho + c(\Delta t - \Delta T) + D_{ion} + D_{trop} + \lambda N_u^j + \lambda\varepsilon_{\varphi,u}^j \tag{31}$$

Kantoaaltoon perustuva mittaus on jatkuvaa. Ideaaliolosuhteissa vaihe-etäisyys voidaan havaita 2–10 millimetrin tarkkuudella, kun kantoaallon vaihe voidaan määrittää sadasosien tarkkuudella. Tarkkuutensa ansiosta menetelmä soveltuu mainiosti geodeettisiin töihin. (Misra & Enge 2001, s. 151, 238; Poutanen 1998, s. 157–159)

6.1.3 Global Positioning System, GPS

GPS on Yhdysvaltojen puolustushallinnon ylläpitämä paikannusjärjestelmä, jota tarjotaan myös siviilikäyttäjille. Aikaisemmin järjestelmän tarkkuutta heikennettiin puolustushallinnon toimesta lähettämällä käyttäjille tahallaan heikennettyjä ratatietoja ja atomikellojen käyntitietoja. Uusien järjestelmien suunnittelun ja rakentamisen myötä signaalin häirinnästä luovuttiin 2000-luvun alussa. Pitkään GPS oli ainoa toimintakuntoinen järjestelmä ja vasta viime vuosina on markkinoille tullut laitteita, joilla voidaan vastaanottaa myös muiden järjestelmien signaaleja.

Järjestelmän avaruuslohko koostuu 31 paikannussatelliitista. Peruskonstellaation muodostavat 27 satelliittia ja muut toimivat varasatelliitteina varsinaisten ollessa huoltotoimenpiteiden alaisina. (The National Executive Committee for Space-Based Positioning, Navigation, and Timing (PNT)) Kiertoradan ratakorkeus on noin 20 200 kilometriä maapallon pinnasta ja periodi 11 h 58 min, eli puolet tähtivuorokaudesta. Joka kierroksella satelliitti ylittää saman kohdan maapallolla. Satelliitit on jaettu 6 radalle, joiden inklinaatio ekvaattoriin nähden on 55 astetta. Radoilla satelliitit ovat jakautuneet epätasaisesti. Laadittu satelliittikonstellaatio mahdollistaa jatkuvasti vähintään neljän satelliitin havaitsemisen paikoissa, joissa on vapaa näkyvyys taivaalle. Yleensä satelliitteja on kuitenkin havaittavissa 6–8 kappaletta. Järjestelmän aikastandardi on GPS-aika, joka seuraa UTC(USNO)-aikarealisaatiota ja vertausjärjestelmä on WGS84-vertausellipsoidi.

GPS-signaalia lähetetään jatkuvasti kahdella taajuudella, uusimmat satelliitit jopa kolmella. Lähetystaajuuksien keskikohdat ovat

- f_{L1}: 1575,42 MHz (2x77x10,23 MHz)
- f_{L2}: 1227,60 MHz (2x60x10,23 MHz)
- f_{L5}: 1176,45 MHz (2x57,5x10,23 MHz).

L1-taajuudella lähetään järjestelmän modernisoinnin myötä kolmea signaalia SPS- ja PPS-käyttäjille. L2-taajuudella lähetään taas kolmea signaalia SPS- ja PPS-käyttäjille ja L5-taajuudella yhtä signaalia SPS-käyttäjille. PRN-koodien lähettämiseen käytetään CDMA-periaatetta. SPS-käyttäjille on tarjolla C/A- (Coarse/acquisition), L2C- ja L5-koodi ja PPS-käyttäjille salatut P- ja M-koodit (Precision ja Military). (Misra & Enge 2001, s. 37–40, 73–79)

6.1.4 Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema, GLONASS

GLONASS-järjestelmän kehittäminen aloitettiin Neuvostoliitossa, jonka romahduksen jälkeen 1990-luvun alussa sen kehittäminen ja ylläpito siirtyi Venäjän vastuulle. Sotilastarkoituksiin suunniteltua järjestelmää tarjottiin siviilipaikannukseen jo 1980-luvulla. Vuonna 1996 toimintakunnossa oli 24 satelliitin prototyyppikonstellaatio, joka ei kuitenkaan kestänyt Venäjän kohtaamia poliittisia ja taloudellisia ongelmia. Vuoden 2011 lopussa Venäjä sai GLONASS-järjestelmän täysin toimintakuntoiseksi lähettäessään viimeiset satelliitit kiertoradoilleen. (Federal Space Agency)

Järjestelmän avaruuslohko koostuu 31 paikannussatelliitista, joista aktiivisena käytössä on 24 kappaletta. Muut toimivat joko varasatelliitteina tai ovat huoltotoimenpiteiden alaisina. (Federal Space Agency) Konstellaatiossa on käytössä kolme ratatasoa, joille satelliitit on

jaettu tasan. Satelliittien ratakorkeus on noin 19 100 kilometriä maapallon pinnasta ja inklinaatio ekvaattoriin nähden on 64,8 astetta. Satelliitin periodi on 11 h 15 min ja se ylittää saman kohdan maapallolla joka 8. päivä. Laadittu konstellaatio mahdollistaa jatkuvasti vähintään viiden satelliitin havaitsemisen paikoissa, joissa on vapaa näkyvyys taivaalle. Järjestelmän aikastandardina on GLONASS-aika, joka seuraa UTC(SU) aikarealisaatiota ja vertausjärjestelmä on PZ-90.02-vertausellipsoidi. (Russian Institute of Space Device Engineering 2008, s. 23)

GLONASS-signaalia lähetetään jatkuvasti kahdella taajuusalueella

– f_{G1}: 1598,0625–1607,0625 MHz
– f_{G2}: 1242,9375–1249,9375 MHz.

G1-taajuusalueella lähetetään SP-koodia (Standard Precision) SPS-käyttäjille ja HP-koodia (High Precision) PPS-käyttäjille ja G2-taajuusalueella HP-koodia PPS-käyttäjille. PRN-koodien lähettämiseen käytetään FDMA-periaatetta, jossa koodi on jokaisella satelliitilla sama, mutta kantoaallon taajuus eri. Kantoaallot on kanavoitettu ja G1:llä yksi kanava on 9/16 eli 0,5625 MHz ja G2:lla 7/16 eli 0,4375 MHz. G1-taajuudelle j satelliitille taajuus on:

$$f_j = 1602 + j * 0{,}5625\ MHz, j = -7, -6, \ldots, -1{,}0{,}1, \ldots, 6. \tag{32}$$

Näin saadaan 14 kanavaa, joilla jokaisella on oma aallonpituutensa. Käytössä olevia satelliitteja on 24 kappaletta ja maapallon vastakkaisilla puolilla olevat niin sanotut antipodisatelliitit toimivat samalla kanavalla. (Misra & Enge 2001, s. 79–81)

6.2 Relatiivinen paikannus

Relatiivinen paikannus eroaa absoluuttipaikannuksesta käytettävien vastaanottimien lukumäärän perusteella. Absoluuttipaikannuksessa käytetään vain yhtä vastaanotinta, kun relatiivisessa paikannuksessa havaintoja tehdään vähintään kahdella vastaanottimella samanaikaisesti. Taajuuksien kantoaaltohavainnoista voidaan muodostaa antennien välinen havaintovektori niin sanotuilla erotushavainnoilla. Relatiivisessa paikannuksessa tärkeimpiä ovat kaksinkertaiset erotushavainnot, jotka muodostetaan yksinkertaisista erotushavainnoista. Paikannuksen virhelähteet (Taulukko 2), poistuvat havainnoista kaksinkertaisilla erotushavainnoilla, jolloin paikannustarkkuus paranee. Relatiivisen paikannuksen tarkkuus voidaan esittää vakiovirheen ja havaintopaikkojen välisen etäisyyden suhteellisena tarkkuuden summana, esimerkiksi ≤ 5 mm + 1 ppm. Relatiivisessa paikannuksessa toisen vastaanottimen, niin sanotun Reference-vastaanottimen sijainti tulee tuntea. Toisen vastaanottimen, niin sanotun Remote-vastaanottimen koordinaatit saadaan erotushavainnoilla. Molempien koordinaattien ollessa tunnettuja voidaan havaintopaikkojen välinen havaintovektori muodostaa. (Poutanen 1998, s. 157–159, 162)

6.2.1 Yksinkertaiset erotushavainnot

Kahden vastaanottimen u,r ja yhden satelliitin j välinen yksinkertainen erotushavainto etäisyyden muotoisena on:

$$P_{ur}^{j} = P_{u}^{j} - P_{r}^{j} \tag{33}$$

Erotushavainnossa satelliittien rata- ja kellovirheet eliminoituvat, samoin ionosfäärin ja troposfäärin vaikutus kantoaaltoon, kun havaintopaikkojen välinen etäisyys oletetaan pieneksi. Lyhyillä etäisyyksillä signaalin voidaan olettaa kulkevan identtisen ilmakehän läpi. Yksinkertaisen erotushavainnon yhtälöksi saadaan havaintopaikkojen u,r välinen etäisyyksien ero satelliittiin, kun oletetaan niiden havaitsevan samaa ajanhetkeä:

$$P_{ur}^{j} = \rho_{ur}^{j} + c\Delta T_{ur} + \lambda N_{ur}^{j} + \lambda \varepsilon_{\varphi,ur}^{j} \tag{34}$$

(Poutanen 1998, s. 162–164; Misra & Enge 2001, s. 242–243)

6.2.2 Kaksoiserotushavainnot

Tärkein kaksoiserotushavainto on kahden vastaanottimen u,r ja kahden satelliitin j,k välinen kaksoiserotus. Tämä kaksoiserotushavainto on yksinkertaisten P_{ur}^{j} ja P_{ur}^{k} erotushavaintojen erotus:

$$P_{ur}^{jk} = P_{ur}^{j} - P_{ur}^{k} \tag{35}$$

Kaksoiserotushavainnoilla päästään eroon vastaanottimen kellovirheestä, kun havaintoepookki on molemmilla vastaanottimilla sama:

$$P_{ur}^{jk} = \rho_{ur}^{jk} + \lambda N_{ur}^{jk} + \lambda \varepsilon_{\varphi,ur}^{jk} \tag{36}$$

Kantoaaltomittauksen havaintoyhtälöstä (30) jää kaksoiserotusten jälkeen vain geometristen etäisyyksien kaksoiserotus ρ_{ur}^{jk}, alkutuntematon N_{ur}^{jk} ja mittausvirhe $\varepsilon_{\varphi,ur}^{jk}$. Signaalin kulkuun vaikuttavat ja kontrollilohkon virheet ovat poistuneet yhtälöstä. (Poutanen 1998, s. 165–167; Misra & Enge 2001, s. 246–247)

6.2.3 Kolmoiserotushavainnot

Kolmoiserotushavainto voidaan muodostaa kahden havaintoepookin t_1, t_2 välille kaksoiserotushavainnoista:

$$P_{ur}^{jk}(t_{12}) = P_{ur}^{jk}(t_2) - P_{ur}^{jk}(t_1) \tag{37}$$

Kolmoiserotushavainnoilla alkutuntemattomat häviävät havaintoyhtälöstä ja jäljelle jää vain paikkavektori:

$$P_{ur}^{jk}(t_{12}) = \rho_{ur}^{jk}(t_{12}) \tag{38}$$

Kolmoiserotushavaintoja voidaan käyttää vaihekatkojen etsimiseen ja korjaamiseen havainnoissa. Kolmoiserotushavainnoilla voidaan myös laskea havaintopaikkojen likiarvokoordinaatteja pienimmän neliösumman estimoinnilla, kun tiedetään satelliittien sijainnit ja toisen havaintopaikan koordinaatit. (Poutanen 1998, s. 167–168)

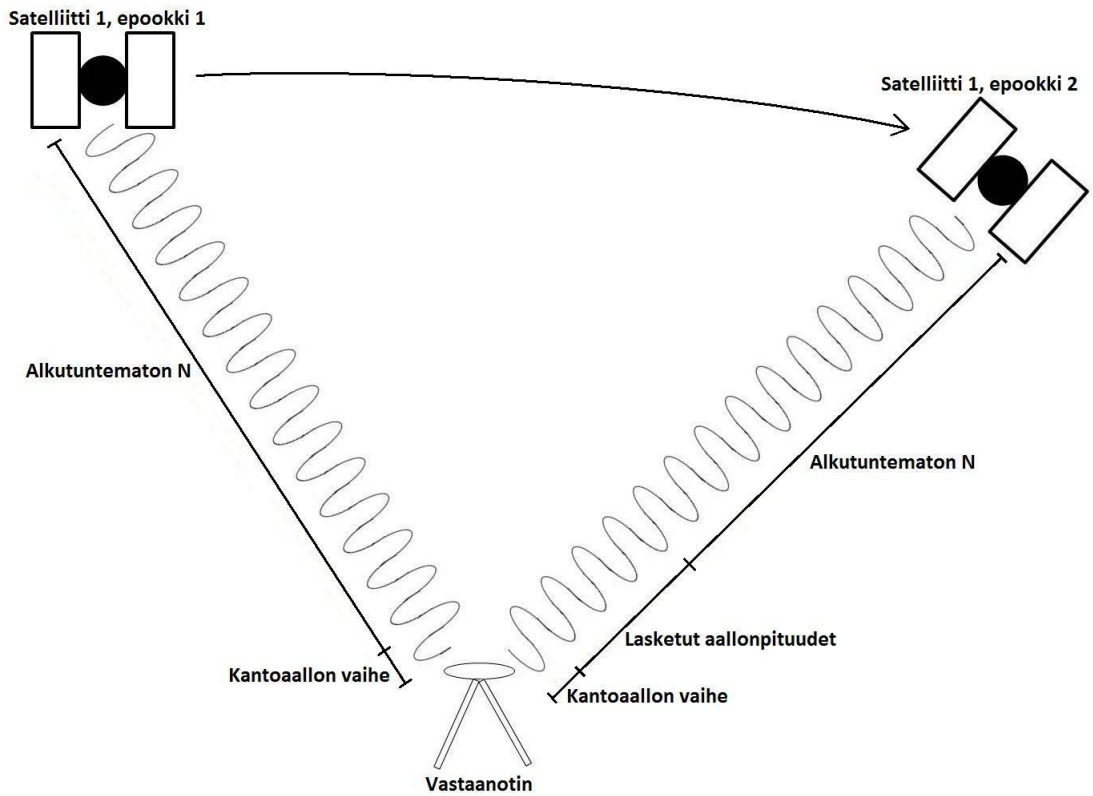
6.3 Relatiivisen paikannuksen jälkilaskenta

Jälkilaskenta tapahtuu havaintotyön jälkeen. Sen hallinta ja oikeaoppisuus ovat tulosten kannalta tärkeätä. Jälkilaskentaohjelman tärkeimpiä ominaisuuksia ovat alkutuntemattomien ratkaiseminen ja vaihekatkojen havaitseminen ja korjaaminen. Relatiivisen paikannuk-

sen vektorilaskentaohjelmat eivät ratkaise havaintovektoria suoraan, vaan se tapahtuu kahdessa vaiheessa. Ensimmäisessä vaiheessa pienimmän neliösumman estimoinnin avulla määritetään alkutuntemattomat mahdollisimman tarkasti reaalilukuina. Toisessa vaiheessa alkutuntemattomien likiarvojen määrittämältä hakualueelta valitaan kokonaislukutuntemattomat, joista muodostetuilla kombinaatioilla lasketaan havaintovektorikandidaatit. Kaikkien vektorikandidaattien joukosta valitaan tilastollisella testillä lopullinen havaintoverkon tasoitukseen menevä vektori. Valittu havaintovektori on olettamus parhaasta alkutuntemattomien kombinaatioista muodostetusta vektorista, joka on tunnuslukujensa perusteella muita huomattavasti parempi.

6.3.1 Alkutuntemattomien ratkaiseminen

Kantoaaltoon perustuvassa mittauksessa etäisyys kunkin satelliitin ja vastaanottimen välillä muodostetaan kantoaallon vaiheesta, kantoaallon kokonaisten aallonpituuksien lukumäärästä N mittauksen aloitushetkellä ja aloitushetkestä mittaushetkeen laskettujen aallonpituuksien lukumäärästä (Kuva 7). Alkutuntemattoman N oikea ratkaiseminen on oleellinen tekijä etäisyyden määrittämisessä. Signaalin tielle tulleet esteet, ionosfäärin äkillinen muutos, voimakas monitieheijastus tai vastaanottimen epäkunto aiheuttavat vaihekatkoja, jolloin saadaan uusi alkutuntematon N'.

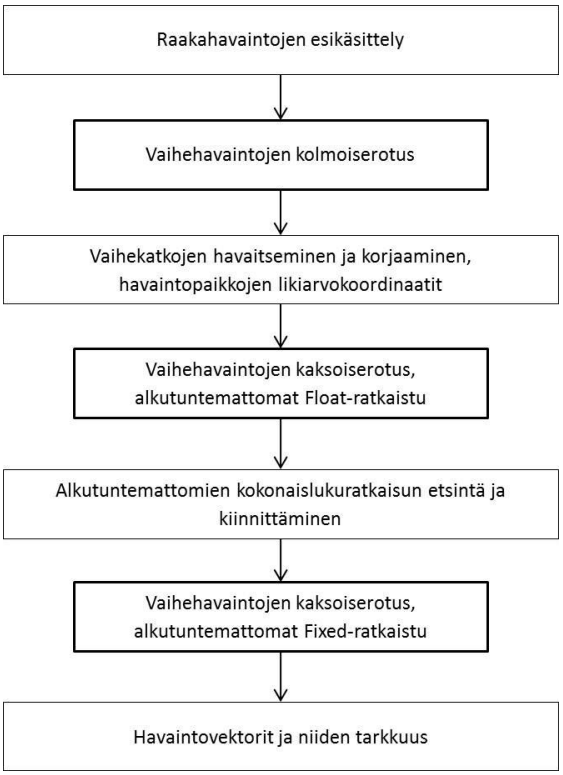


Kuva 7 Kantoaaltomittauksessa pseudoetäisyys muodostetaan alkutuntemattomasta, kantoaallon vaiheesta ja laskettujen aallonpituuksien lukumäärästä. (Ville Jussila)

Datan on oltava vapaa vaihekatkoista ja havaintojen tulee olla tehtynä samoina ajanhetkinä, jotta raakahavainnoista voidaan ratkaista alkutuntemattomat. Pitkillä havaintoajoilla kasvatetaan todennäköisyyttä alkutuntemattomien oikean ratkaisun saamiseksi. Havaintopaikkojen välisen etäisyyden tulee olla suhteellisen lyhyt, jotta signaalien voidaan olettaa

kulkevan identtisen ilmakehän läpi. Satelliittien tulisi myös olla sijoittunut taivaalle mahdollisimman tasaisesti, jolloin havaintoja saadaan eri suunnista ja paikkaratkaisun tarkkuus paranee.

Satelliittien paikat saadaan ratkaisuihin navigointiviesteissä jaettavina ratatietoina, niin sanottuina Broadcast Ephemerideina ja niitä pidetään tunnettuna laskennassa. Alkutuntemattomien ratkaisu tehdään kolmessa vaiheessa havaintovektori kerrallaan (Kuva 8). Oikeiden arvojen löytämiseksi käytetään pienimmän neliösumman estimointia (Luku 7.1). Erotushavainnoista muodostetaan rakennematriisi, josta ratkaistaan normaaliyhtälöiden muodossa havaintopaikkojen koordinaatit ja alkutuntemattomat.



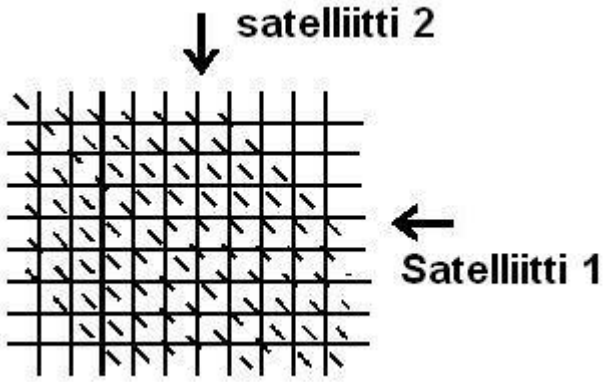
Kuva 8 Alkutuntemattomien ja havaintovektorien ratkaisuprosessin kulku satelliittien raakahavainnoista. (The University of New South Wales)

Ensimmäisessä vaiheessa ratkaistaan Remote-vastaanottimen likiarvokoordinaatit kolmoiserotushavainnosta (38) muodostetuilla normaaliyhtälöillä. Erotushavainnoissa alkutuntemattomat ovat eliminoituneet. Likiarvokoordinaatit voidaan ratkaista satelliittien sijaintien ja Reference-vastaanottimen avulla. Kolmoiserotushavaintoja käytetään myös vaihekatkojen paikallistamiseen ja korjaamiseen raakahavainnoista, mikä on normaali menettely havaintoaineiston esikäsittelyssä.

Seuraavassa vaiheessa ratkaistaan alkutuntematon jokaisesta satelliitista niin sanottuna Float-ratkaisuna. Tähän voidaan käyttää kolmoiserotushavainnoista saatuja havaintopaikkojen likiarvokoordinaatteja tai koodihavainnon paikkaratkaisua. Kaksoiserotushavainnoista muodostetaan rakennematriisi (51). Likiarvokoordinaattien avulla ratkaistaan alkutuntemattomat reaalilukuna ja havaintopaikkojen koordinaatit suuremmalla tarkkuudella. Alkutuntemattomien ratkaisut ovat optimaalisessa tapauksessa, eli hyvällä havaintoaineistolla

usein hyvinkin lähellä niiden oikeita kokonaislukuratkaisuja. Reaalilukuratkaisu sisältää kokonaisluvun lisäksi alkutuntemattoman varianssin ja kovarianssin vaikutuksen.

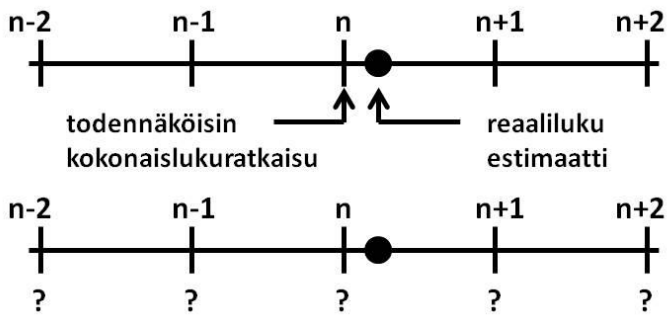
Kolmannessa vaiheessa käytetään etsintäalgoritmia oikean alkutuntematonkandidaattien kombinaation löytämiseksi. Etsintää voidaan kuvata seuraavalla geometrisella periaatteella (Kuva 9). Satelliittien kantoaaltorintamat muodostavat ruudukon, jonka yhden ruudun leveys on kantoaallon pituus. Jokainen viiva kuvaa yhtä alkutuntematonta ja viereinen järjestyksessä seuraavaa tai edellistä. Poikittaiset viivat kuvaavat kaksoiserotushavaintoja ja kantoaaltojen risteyskohdat muodostavat mahdollisen alkutuntemattoman kokonaislukuratkaisun. Kerättäessä havaintoja useista satelliiteista kasvaa ruudukkojen lukumäärä. Pitkät havaintoajat muuttavat satelliittikonstellaation geometriaa ja satelliittien sijainti muuttuu toisiinsa nähden. Satelliittigeometrian muutos kiertää kuvassa esitettyjä aaltorintamia toisiinsa nähden. Parhaan alkutuntematonkandidaatin hakualue, kohta missä kaksoiserotushavainnot on muodostettu, saadaan alkutuntemattomien reaalilukuratkaisusta.



Kuva 9 Kantoaaltojen aaltorintaman muodostama ruudukko. Risteyskohdat esittävät mahdollisia alkutuntemattomien kokonaislukuratkaisuja. (The University of New South Wales)

Geometrisella tulkinnalla voidaan hyvin perustella pitkät havaintoajat staattisessa paikannuksessa. Alkutuntemattomien ratkaisuperiaate vaatii pitkältä aikaväliltä tapahtuvan havaintojen keräämisen, jolloin satelliittigeometria muuttuu tarpeeksi paljon ja kiertymäpiste löytyy selvästi.

Alkutuntemattomien ratkaisuksi tulee geometrisen periaatteen mukaisesti muodostaa niin sanottu hakualue, josta oikeat alkutuntematonkandidaatit löytyvät. Vektorilaskentaohjelmissa algoritmi rajaa hakualueen automaattisesti likiarvolaskennan ja sen tarkkuuden tunnuslukujen perusteella tai käyttäjä määrittämällä hakualueen asettamalla sille dimensiot. Likiarvokoordinaattien tarkkuus vaikuttaa hakualueen kokoon ja siten mahdollisten alkutuntematonkandidaattien lukumäärään. Havaittaessa S määrää satelliitteja voidaan muodostaa $(S-1)$ kappaletta kaksoiserotushavaintoja. Riippuen hakualueen koosta testattavia alkutuntematonkandidaatteja on n^{S-1} kappaletta (Kuva 10).



Kuva 10 Alkutuntemattoman reaaliratkaisu ja testattavat alkutuntematonkandidaatit. (The University of New South Wales)

Kandidaateista muodostetuilla kombinaatioilla ratkaistaan normaaliyhtälöt ja saadaan Remote-vastaanottimelle koordinaatit ja kulloinkin valittuihin alkutuntemattomiin perustuvat residuaalit. Remote-vastaanottimen koordinaatit ovat laskennassa ainoat tuntemattomat (49–51). Jokaiselle kombinaatiolle voidaan laskea residuaalien, v, RMS-arvo:

$$RMS = \sqrt{\frac{v^t P v}{n}} \tag{39}$$

missä P on painomatriisi ja n residuaalien lukumäärä. Pienimmän RMS-arvon saanut kombinaatio oletetaan kandidaattijoukon parhaaksi vektoriratkaisuksi. Vektoriratkaisun paremmuus muihin nähden varmistetaan varianssisuhteen testillä, niin sanotulla Fisherin F-testillä. F-testissä verrataan pienintä ja toiseksi pienintä RMS-arvoa. Testillä pyritään selvittämään onko pienin RMS-arvo varmasti tilastollisesti erisuuri kuin toiseksi pienin arvo. F-arvo, joka vektorilaskentaohjelmissa tunnetaan Ratio-arvona, saadaan seuraavalla kaavalla:

$$F = \frac{RMS_2^2}{RMS_1^2} \tag{40}$$

jossa alaindeksit kuvaavat pienintä ja toiseksi pienintä arvoa. Ratio-arvon tulee olla mahdollisimman suuri, jotta nämä kaksi ratkaisua eroavat toisistaan tilastollisesti merkittävästi. (The University of New South Wales)

6.3.2 Havaintovektoreiden laskenta

Kaksoiserotushavainnon yhtälö (36) voidaan kirjoittaa seuraavassa muodossa, kun alkutuntematon tunnetaan:

$$l_{ur}^{jk} = P_{ur}^{jk} - \rho_{ur}^{jk} \tag{41}$$

merkittäessä $l_{ur}^{jk} = \lambda N_{ur}^{jk}$. ρ_{ur}^{jk} sisältää havaintopaikkojen ja satelliittien välisten etäisyyksien kaksoiserotuksen:

$$\rho_{ur}^{jk} = (\rho_u^j - \rho_r^j) - (\rho_u^k - \rho_r^k) \tag{42}$$

Kukin näistä termeistä sisältää satelliitin ja antennin koordinaattituntemattomat geosentrisessä järjestelmässä (29). Satelliittien sijainnit radoilla saadaan navigointiviesteistä ja ne voidaan ajatella tunnetuiksi havaintohetkelle.

Havaintosuureiden laskennassa yksi satelliiteista asetetaan kiinteäksi, jonka suhteen kaksoiserotukset muodostetaan. Kiinteäksi satelliitiksi valitaan se, joka on näkyvissä koko session ajan, jos suinkin on mahdollista. Ratkaistavia parametreja ovat kuusi koordinaattia ja $(R-1)(S-1)$ alkutuntematonta, missä R on vastaanottimien lukumäärä ja S satelliittien lukumäärä. Kaksoiserotushavaintojen yhtälö (36) voidaan nyt linearisoida ja muodostaa osittaisderivaatat:

$$\frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial X_r} = -\frac{X_r - x^j}{\rho_r^j} + \frac{X_r - x^k}{\rho_r^k} \tag{43}$$

$$\frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial Y_r} = -\frac{Y_r - y^j}{\rho_r^j} + \frac{Y_r - y^k}{\rho_r^k} \tag{44}$$

$$\frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial Z_r} = -\frac{Z_r - z^j}{\rho_r^j} + \frac{Z_r - z^k}{\rho_r^k} \tag{45}$$

$$\frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial X_u} = \frac{X_u - x^j}{\rho_u^j} - \frac{X_u - x^k}{\rho_u^k} \tag{46}$$

$$\frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial Y_u} = \frac{Y_u - y^j}{\rho_u^j} - \frac{Y_u - y^k}{\rho_u^k} \tag{47}$$

$$\frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial Z_u} = \frac{Z_u - z^j}{\rho_u^j} - \frac{Z_u - z^k}{\rho_u^k} \tag{48}$$

Havaittaessa neljää satelliittia j, k, l, m kahdella vastaanottimella u, r saadaan osittaisderivaatat muille satelliiteille vastaavasti vaihtamalla satelliittien tunnusta yhtälöissä (43–48). Asetetaan j satelliitti kiinteäksi ja muodostetaan kaksoiserotushavainnot sen suhteen. Muodostetaan yhden epookin havainnoille havaintomatriisi:

$$l = \begin{bmatrix} l_{ur}^{jk} & l_{ur}^{jl} & l_{ur}^{jm} \end{bmatrix}^T \tag{49}$$

ratkaistavat parametrit, jossa $Y_u, Y_u, Z_u, N_{ur}^{jk}, N_{ur}^{jl}, N_{ur}^{jm}$ ovat tunnettuja:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} X_u & Y_u & Z_u & X_r & Y_r & Z_r & N_{ur}^{jk} & N_{ur}^{jl} & N_{ur}^{jm} \end{bmatrix}^T \tag{50}$$

ja rakennematriisi:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial X_u} & \frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial Y_u} & \frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial Z_u} & \frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial X_r} & \frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial Y_r} & \frac{\partial P_{ur}^{jk}}{\partial Z_r} & & & \\ \frac{\partial P_{ur}^{jl}}{\partial X_u} & \frac{\partial P_{ur}^{jl}}{\partial Y_u} & \frac{\partial P_{ur}^{jl}}{\partial Z_u} & \frac{\partial P_{ur}^{jl}}{\partial X_r} & \frac{\partial P_{ur}^{jl}}{\partial Y_r} & \frac{\partial P_{ur}^{jl}}{\partial Z_r} & \lambda & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_{ur}^{jm}}{\partial X_u} & \frac{\partial P_{ur}^{jm}}{\partial Y_u} & \frac{\partial P_{ur}^{jm}}{\partial Z_u} & \frac{\partial P_{ur}^{jm}}{\partial X_r} & \frac{\partial P_{ur}^{jm}}{\partial Y_r} & \frac{\partial P_{ur}^{jm}}{\partial Z_r} & 0 & \lambda & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \tag{51}$$

Havaintovektorit saadaan ratkaisemalla parametrivektori $\boldsymbol{x}$ pienimmän neliösumman estimoinnilla. Pienimmän neliösumman estimointia, havaintojen ja tuntemattomien parametrien variansseja ja keskivirheitä on esitelty tarkemmin luvussa 7.1. Ratkaisussa toisen pis-

teen koordinaatit ovat tunnettuja. Laskennan tuloksena saadaan havainnot ja niiden tarkkuudet, eli havaintovektorin komponentit $\Delta X_{ur}, \Delta Y_{ur}, \Delta Z_{ur}$ ja kovarianssimatriisi:

$$C_{y_{ur}} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\Delta X} & \sigma^2_{\Delta X \Delta Y} & \sigma^2_{\Delta X \Delta Z} \\ \sigma^2_{\Delta Y \Delta X} & \sigma^2_{\Delta Y} & \sigma^2_{\Delta Y \Delta Z} \\ \sigma^2_{\Delta Z \Delta X} & \sigma^2_{\Delta Z \Delta Y} & \sigma^2_{\Delta Z} \end{bmatrix} \tag{52}$$

(Kallio 1998, s. 109–111, Poutanen 1998, s. 176–177, The University of New South Wales)

6.3.3 Havaintovektorien tarkkuuden analysointi

Oikean kokonaislukuratkaisun löytymisestä kertoo havaintojen residuaaleista laskettava RMS-arvo. Arvo kertoo kuinka hyvin havainnot ja niistä lasketut havaintovektorit sopivat toisiinsa. Alkutuntemattoman ratkaisua voidaan pitää hyvänä, jos RMS-arvo on alle 10 % käytetystä aallonpituudesta, esimerkiksi GPS-järjestelmän L1-taajuudella RMS-arvon tulee olla alle 19 millimetriä.

Vektorilaskentaohjelmissa voidaan Ratio-arvolle asettaa kynnysarvo. Sipoon kunnan runkoverkon mittauskampanjassa vektorit laskettiin Waypoint® GrafNet-ohjelmalla, jossa F-testiin ja myös pitkään käytännön kokemukseen perustuva kynnysarvo on noin 4. Kynnysarvo osoittaa pienimmän RMS-arvon olevan neljä kertaa pienempi kuin toiseksi pienin arvo, jotta parhaan vektorin ratkaisu voidaan todeta löytyneen riittävän suurella todennäköisyydellä.

Ratio- ja RMS-arvon avulla valvotaan alkutuntemattomien ratkaisujen laatua vektorilaskentaohjelmissa. Suuri RMS-arvo on merkki huonosti ratkenneesta vektorista. Pienellä Ratio-arvolla taas voidaan todeta eri alkutuntemattomien ratkaisujen olevan vaikeasti erotettavissa toisistaan. Vektorit, joiden Ratio-arvo on suuri ja RMS-arvo pieni, ovat todennäköisesti hyviä havaintoja havaintoverkon tasoituksessa.

Havaintovektorit lasketaan päivittäin mittauskampanjan edetessä. Laskennan avulla löydetään epäkelvot havainnot. Tarvittaessa huonot havainnot voidaan hylätä ja uusia mittaukset, kun laitteet ovat vielä mittausalueella. Epäkelpojen havaintojen laskenta-asetuksia voidaan myös muuttaa vektoriratkaisujen paranemiseksi. Laskenta-asetuksissa voidaan esimerkiksi määrittää satelliitit, mitkä osallistuvat vektorilaskentaan. Päivittäin tehtävällä vapaan verkon tasoituksella varmistetaan vektorien yhteensopivuus. Lopullinen koko GNSS-verkon kattava tasoitus suoritetaan, kun kaikki vektorit on ratkaistu ja todettu kelvollisiksi.

7 Tasoituslaskenta

Tasoituslaskenta on sopimus siitä miten havainnot sovitetaan yhteen. Usein geodesiassa havaintoja on kerätty huomattavasti enemmän kuin ratkaistavia tuntemattomia on olemassa. Tuntemattomille tulisi myös saada sellaiset arvot, jotka perustuvat tasapuolisesti kaikkiin havaintoihin. Tässä luvussa perehdytään tasoituslaskentaan. Tasoituslaskenta perustuu pienimmän neliösumman menetelmään ja luvun alussa esitellään pienimmän neliösumman estimoinnin normaaliyhtälöiden johtaminen. Luvun loppu keskittyy tasoituksen analysointiin ja tunnusarvojen laskentaan. Tasoitusta analysoidaan verkon tarkkuuden ja luotettavuuden avulla.

Geodesiassa yleisin käytetty tasoitusmenetelmä on niin sanottu pienimmän neliösumman estimointi. Tasoituksessa havainnoista johdetaan ratkaistaville tuntemattomille, eli tasoitettaville koordinaateille estimaatit. Pienimmän neliösumman estimoinnin avulla saadaan tasoitettujen koordinaattien lisäksi niille tarkkuusarviot. Pienimmän neliösumman estimoinnin matemaattinen malli koostuu niin sanotusta funktionaalisesta mallista, joka määrittelee havaintojen ja niistä ratkaistavien parametrien välisen yhteyden ja niin sanotusta stokastisesta mallista, joka sisältää havaintojen tarkkuusinformaation. (Kallio 1998, s. 6)

7.1 Pienimmän neliösumman menetelmä

Pienimmän neliösumman estimoinnissa etsitään havaitun ja tasoitetun arvon pienintä mahdollista eroa, eli parannusta. Toisistaan riippumattomista n kappaletta olevista ratkaistavista parametreista, $x_i, i = 1 \ldots n$, muodostetaan $\boldsymbol{x}$-vektori ja m kappaletta olevista havaintosuureista, $l_i, i = 1 \ldots m$, $\boldsymbol{l}$-vektori. Nämä vektorit liittyvät toisiinsa funktionaalisen mallin avulla:

$$l = f(x) \tag{53}$$

Funktionaalinen malli koostuu yhtälöryhmästä, jolla esitetään havaintosuureiden ja tuntemattomien välinen suhde. (Poutanen 1998, s. 181)

Jos havainnot voidaan kirjoittaa ratkaistavien parametrien lineaarisena funktiona, voidaan funktionaalinen malli (53) kirjoittaa seuraavassa muodossa:

$$l = A * x - v \tag{54}$$

missä A on rakennematriisi, joka muuttaa parametriavaruuden x havaintoavaruudeksi l. Havaintoja ollessa enemmän kuin tuntemattomia, tarvitaan lisäksi virhevektori v edellä annetun ehdon toteutumiseksi. Virhettä v voidaan käyttää kuvaamaan kahta eri termiä: residuaalia, eli korjausta tai jäännösvirhettä. Residuaali on tasoitetun havainnon ja alkuperäisen havainnon välinen erotus. Jäännösvirhe taas on alkuperäisen havainnon ja tasoitetun havainnon välinen erotus. Tässä luvussa käytetään v:tä kuvaamaan residuaalia.

Residuaalia, tasoitetun havainnon $\widehat{l_i}$ ja alkuperäisen havainnon l_i erotusta minimoidaan pienimmän neliösumman avulla, kun $v_i = \widehat{l_i} - l_i$. Parannusten ääriarvo, eli pienin neliösumma saadaan, kun muodostetaan minimoitava funktio:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\widehat{l_i} - l_i\right)^2 = n * \widehat{l_i^2} + \sum_{i=1}^{n} l_i^2 - 2 * \widehat{l_i} \sum_{i=1}^{n} l_i = minimi \tag{55}$$

ja lasketaan sen derivaatan nollakohdat. Muodostetaan yhtälöryhmä, niin sanottu normaaliyhtälö matriisimuodossa:

$$A^T PAx = A^T Pl \tag{56}$$

Normaaliyhtälöstä saadaan tuntemattomien parametrien $\boldsymbol{x}$-vektorin ratkaisuksi:

$$x = (A^T PA)^{-1} * A^T Pl \tag{57}$$

Normaaliyhtälössä P on painomatriisi, joka kuvaa havaintojen tarkkuutta. Havaintojen painot ovat kääntäen verrannollisia havaintojen variansseihin σ^2, kun havainnot eivät korreloi keskenään. Painomatriisia voidaan käyttää korostamaan tai heikentämään tiettyä havaintoa. Havaintojen painot voidaan laskea, kun tunnetaan niiden varianssit. (Poutanen 1998, s. 181–183; Kallio 1998, s. 8–11, 27)

7.2 Virheyhtälötasoitus

Usein käytetty tasoitusmalli on niin sanottu virheyhtälötasoitus, jossa jokaista havaintoa vastaa yksi yhtälö. Virheyhtälötasoituksen funktionaalinen malli on sama kuin pienimmän neliösumman menetelmän funktionaalinen malli (54). Virheyhtälötasoituksessa havainnot ovat $\boldsymbol{l}$-vektorissa. Tuntemattomat parametrit, tasoitetut koordinaatit saadaan ratkaisemalla $\boldsymbol{x}$-vektori.

Relatiiviseen paikannuksen jälkilaskennassa muodostetaan havaintopaikkojen välinen havaintovektori $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^T$, jota käytetään verkkotasoituksessa havaintona (Luku 6.3.2). Toisen pisteen koordinaatit asetetaan tunnetuksi ja lasketaan toiselle pisteelle koordinaatit virheyhtälötasoituksena, jonka funktionaalinen malli on:

$$[X_B\ Y_B\ Z_B]^T - [X_A\ Y_A\ Z_A]^T\ -\ [\Delta X_{AB}\ \Delta Y_{AB}\ \Delta Z_{AB}]^T = 0 \tag{58}$$

Havaintopaikoista muodostetaan rakennematriisi A ja havainnoista, eli vektorikomponenteista havaintovektori l. Tuntemattomat, eli havaintopaikan koordinaatit saadaan normaaliyhtälöiden ratkaisusta (57). (Poutanen 1998, s. 235–238; Kallio 1998, s. 114–115)

7.3 Tasoituksen analysointi

Tasoituksen analysoinnissa tarkastellaan verkon tarkkuutta ja luotettavuutta. Verkon tarkkuutta arvioidaan residuaaleilla v, painoyksikön keskivirheellä m_0, tasoitettujen koordinaattien kovarianssimatriisilla C_x ja tasoitettujen havaintojen kovarianssimatriisilla $C_{\hat{l}_i}$. Tarkkuutta arvioidaan myös standardisoiduilla residuaaleilla sekä virhe-ellipseillä ja -ellipsoideilla. Verkon luotettavuutta arvioidaan havaintojen redundanssilukujen r_i avulla. (Kallio 1998, s. 15–18, 31–32, 42–43)

7.3.1 Havaintoverkon tarkkuus

Havaintojen arvioitu, eli á priori -tarkkuus siirtyy niiden painomatriisin P välityksellä normaaliyhtälöiden (56) kautta tasoitettujen koordinaattien kovarianssimatriisiin C_x. Tasoitettujen koordinaattien tarkkuus on täysin riippuvainen verkon geometriasta, havaintojen tarkkuudesta ja koordinaattihavaintojen määrästä ja sijoittumisesta verkossa. Tasoitusprosessin läpi käyneen verkon tarkkuutta kuvataan usein virhe-ellipseillä tai -ellipsoideilla.

Verkon tarkkuutta voidaan arvioida jo ennen varsinaista havaintotyötä. Rakennematriisi A voidaan muodostaa, kun tiedetään pisteiden likimääräiset sijainnit. Havaintojen painomatriisi P taas voidaan muodostaa, kun tiedetään käytettävät havaintomenetelmät ja -kojeet ja miten ne suhtautuvat toisiinsa. Tasoitettujen koordinaattien kovarianssimatriisi C_x voidaan näin laskea etukäteen ja arvioida runkoverkon tarkkuutta á priori. (Kallio 1998, s. 56)

7.3.1.1 Painoyksikön varianssi

Painoyksikkö on sellainen havaintotyyppi (esimerkiksi suuntahavainto t), jonka paino on tasoituksessa yksi. Periaatteessa painoyksikkö voidaan valita mielivaltaisesti, joten minkään havainnon ei tarvitse olla painoltaan yksi. Painoyksikön keskivirhe on tämän ykköspainoisen havainnon etukäteen tasoituksessa laskettu keskivirhe. Tasoituksesta saadaan painoyksikön varianssille harhaton estimaatti residuaalien v, havaintojen lukumäärän n ja tasoitettujen koordinaattien lukumäärän u avulla:

$$\widehat{m_0^2} = \frac{v^T P v}{n-u} \tag{59}$$

Havaintojen lukumäärä ja tasoitettujen koordinaattien lukumäärä muodostavat tasoituksen redundanssin, $r = n - u$. Redundanssi tunnetaan myös tasoituksen ylimäärityksenä. (Kallio 1998, s. 29–36, 56–58; X-Position Oy, s. 125)

Painoyksikön varianssin valinnalla on käytännössä merkitystä vain tulosten tulkinnan kannalta. Pelkkä tasoituksesta saadun painoyksikön varianssin suuruuden tarkastelu ei välttämättä kerro tasoituksesta mitään. Painoyksikön varianssia pitää verrata johonkin arvoon. Oltaessa kiinnostuneita tasoituksen yleisestä laadusta, eikä painoyksikön lasketusta keskivirheestä, annetaan sille arvoksi yksi (1,0) ja tasoituksen jälkeistä keskivirhettä verrataan tähän arvoon. Muussa tapauksessa annetaan sille arvo, joka vastaa kaikkien havaintojen keskivirheiden keskiarvoa. Tässä tapauksessa tasoituksen jälkeen laskettua keskivirhettä verrataan annettuun painoyksikön keskivirheeseen. (X-Position Oy, s. 125)

Havaintojen painotus vaikuttaa painoyksikön á posteriori -arvon suuruuteen. GNSS-mittauksessa havaintojen (vektorikomponenttien) tarkkuus vaihtelee ja on harvoin täsmälleen sama (Luku 6.1.1). GNSS-havaintojen tapauksessa painoina, P-matriisina voidaan käyttää vektorilaskentaohjelmasta saatua havainnon kovarianssimatriisia (52) XYZ-avaruudessa tai empiiristä painotusta ENH-avaruudessa, joka perustuu laitevalmistajien ilmoittamiin tarkkuuslukuihin. Vektorilaskentaohjelmasta saatu kovarianssimatriisi sisältää vektorikomponenttien keskivirheet ja kovarianssit. Käyttämällä empiiristä painotusta keskivirheet saadaan laitevalmistajan ilmoittamista arvoista tai itse määrittämällä ja kovarianssit vektorilaskentaohjelman kovarianssimatriisista. (X-Position Oy, s. 53–54)

7.3.1.2 Painoyksikön varianssin testaus

Tasoituksen testaus tulisi aloittaa aina painoyksikön varianssin testauksella. Tasoituksen onnistumista tarkastellaan vertaamalla painoyksikön varianssin á posteriori ja á priori -arvoa. Arvoja vertaamalla voidaan todeta havaintojen painotuksen olevan asetettu oikein ja havaintojen olevan vapaita karkeista virheistä.

Testi tehdään niin sanotulla Chi square -testauksella, koska painoyksikön varianssi á posteriori on jäännösvirheiden neliösumman funktio (59). Testissä tutkitaan ovatko tasoituksesta saatu ja sen á priori -arvo yhtä suuret tilastollisesti.

Painoyksikön varianssia testataan kahdella hypoteesilla. Á priori -arvoa, m_0^2, verrataan á posteriori -arvoon, $\widehat{m_0^2}$. Nollahypoteesi painoyksikön tapauksessa on H_0: $\widehat{m_0^2} = m_0^2$ ja sen vastahypoteesi H_1: $\widehat{m_0^2} > m_0^2$. Testi tehdään laskemalla testisuure tasoituksen vapausasteiden r avulla:

$$Y = r * \frac{\widehat{m_0^2}}{m_0^2} \tag{60}$$

Haetaan $\chi^2_{r,\alpha}$-taulukkoarvo, kun α on asetettu riskitaso. Nollahypoteesi hylätään, jos laskettu testisuure Y ylittää tai alittaa $\chi^2_{r,\alpha}$-taulukkoarvon.

Hylkäyksen syynä voi olla, etteivät havainnot ole normaalijakautuneita. Tässä tapauksessa tasoituksen funktionaalinen malli ei pysty täydellisesti kuvaamaan havaintojen ja parametrien fysikaalista suhdetta. Hylkäys tapahtuu yleensä havaintojen sisältäessä karkeita virheitä ja/tai havaintojen arvioidun tarkkuuden, eli niiden painotuksen ollessa asetettu vääräksi. Tällöin havainnoista tulee poistaa karkeat virheet yksi kerrallaan aina uudelleen tasoittaen ja arvioida havaintojen tarkkuus uudelleen. Tasoituksen jälkeisen painoyksikön keskivirheen jäädessä alle sen á priori -arvon, on havaintojen tarkkuus arvioitu liian huonoiksi. (Kallio 1998, s. 42–45; X-Position Oy, s. 130–131)

7.3.1.3 Tasoitettujen koordinaattien keskivirheet

Tasoitettujen koordinaattien kovarianssimatriisi C_x lasketaan painoyksikön varianssin ja tasoitettujen havaintojen painokerroinmatriisin tulosta:

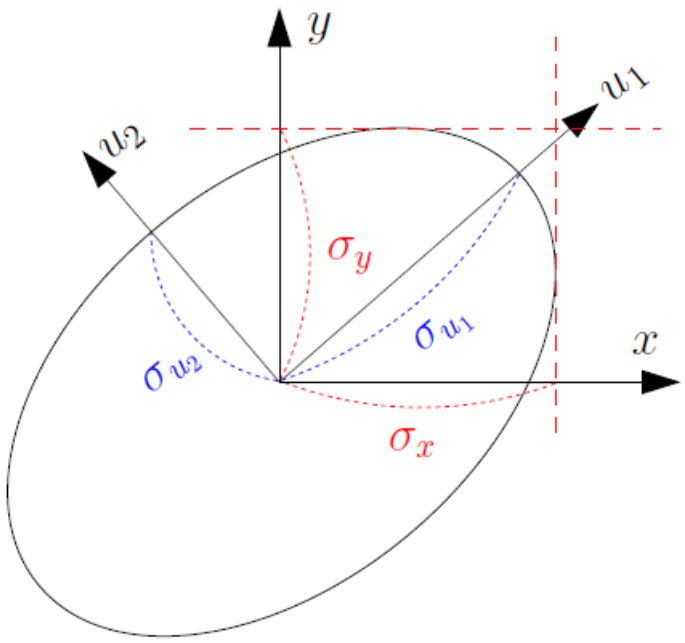
$$C_x = m_0^2 * Q_y = m_0^2 * (A^T P A)^{-1} \tag{61}$$

Kovarianssimatriisin lävistäjäalkioiden, varianssien σ_x^2 neliöjuurista saadaan tasoitetuille koordinaateille keskivirheet σ_x.

Tasoitettujen koordinaattien kovarianssimatriisista otettaessa haluttua pistettä vastaava 3×3 alimatriisi, saadaan tämän pisteen kovarianssimatriisi C_{x_i}. Saatu kovarianssimatriisi sisältää pisteen virheinformaation; matriisin päälävistäjän alkiot ovat pisteen varianssit ja muut alkiot sen kovarianssit. Kovarianssien vuoksi pisteen virhejakaumaa on vaikeaa hahmottaa. Tästä johtuen pisteen aliavaruus muunnetaan avaruuteen, jota on helpompi tulkita, eli mistä kovarianssit ovat hävinneet. Muunnos suoritetaan matriisin ominaisarvohajotelmana ja sen seurauksena matriisista tulee diagonaalinen kovarianssimatriisi $\sigma_{u1}^2, \sigma_{u2}^2, \sigma_{u3}^2$ muuttujilla:

$$C_{u_i} = K^T C_{x_i} K \tag{62}$$

Diagonaalisesta kovarianssimatriisista voidaan nyt muodostaa pisteen luottamusaluetta keskivirheitä paremmin visuaalisesti kuvaavat virhe-ellipsit ja -ellipsoidit. Pisteiden virhe-ellipsien ja -ellipsoidien pääakselit yhtyvät kiertomatriisin K akseleihin. Seuraavassa kuvassa on esitetty yksinkertaisessa kahden tuntemattoman (x, y) tapauksessa keskivirheet alkuperäisessä koordinaatistossa. Samassa kuvassa on esitetty virhe-ellipsi, joka ottaa huomioon myös kovarianssien vaikutuksen (Kuva 11). (Kallio 1998, s. 29–36, 56–58; X-Position Oy, s. 127)



Kuva 11 Tasoitettujen koordinaattien keskivirheistä muodostettavan virhe-ellipsin akselien suhteet paikalliseen tasokoordinaatistoon nähden. (X-Position Oy, s. 127)

Virhe-ellipsien muodosta voidaan päätellä varianssien ja kovarianssien vaikutukset eri akseleilla. Virhe-ellipsien ollessa lähes ympyröitä, ovat eri akseleilla varianssit ja kovarianssit lähes yhtä suuret, eli havaintojen tarkkuus on niillä lähes sama. Ellipsimuoto taas kertoo havaintojen eritasoisesta tarkkuudesta eri akseleilla. Tähän vaikuttaa käytetty havaintomenetelmä, esimerkiksi etäisyys- ja kulmahavaintojen erilainen tarkkuus jonomittauksessa. Virhe-ellipsien koko kertoo varianssien ja kovarianssien vaikutuksen ja on siten parempi kuvaamaan havaintovälin tai pisteen tarkkuutta kuin keskivirhe.

7.3.1.4 Tasoituksen residuaalien keskivirheet

Tasoituksen residuaalien kovarianssimatriisi C_v muodostetaan painoyksikön varianssin ja residuaalien painokerroinmatriisin tulona:

$$C_v = m_0^2 * Q_v = m_0^2 * (P^{-1} - A * (A^T P A)^{-1} * A^T) \tag{63}$$

Kovarianssimatriisin lävistäjäalkioiden, varianssien σ_v^2 neliöjuurista saadaan residuaaleille keskivirheet σ_v.

Residuaalien v_i ja painoyksikön keskivirheen m_0 avulla muodostetaan standardisoidut residuaalit:

$$w_i = \frac{|v_i|}{m_0\sqrt{Q_{v_i v_i}}} \tag{64}$$

jossa $Q_{v_i v_i}$ on residuaalien painokerroinmatriisin diagonaalialkiot. Standardoituja residuaaleja esitellään enemmän seuraavassa luvussa. (Kallio 1998, s. 33–36, 42–45, 59)

7.3.1.5 Tasoituksen residuaalien testaus

Tasoituksen residuaaleja testataan outlier-testeillä. Testien avulla pyritään paljastamaan tasoitukseen päätyneet karkeat virheet ja poistamaan karkeita virheitä sisältävät havainnot lopullisesta tasoituksesta. Residuaalien ensimmäinen outlier-testi voidaan tehdä ensimmäisen tasoituksen jälkeen. Testissä jokaiselle residuaalille lasketaan testiarvo, jota verrataan tilastolliseen kriittiseen arvoon. Testiarvon ollessa kriittistä arvoa suurempi, poistetaan kyseessä oleva havainto ja suoritetaan tasoitus uudelleen. Uusien testiarvojen ja kriittisten arvojen laskeminen suoritetaan jokaisen tasoituksen jälkeen. Prosessia jatketaan kunnes kaikki testiarvot alittavat kriittisen arvon. Päästäessä tähän tilanteeseen, voidaan todeta havaintojen olevan vapaita ainakin suurista karkeista virheistä.

Eräs outlier-testi on niin sanottu Data snooping, joka toimii edellä kuvatulla periaatteella. Ideana on standardisoida havaintojen residuaalit v_i painoyksikön keskivirheen á priori -arvolla m_0 ja painokerroinmatriisin diagonaalialkioiden $Q_{v_i v_i}$ avulla. Tuloksena saadaan testiarvo:

$$T_{DS_i} = \frac{|v_i|}{m_0\sqrt{Q_{v_i v_i}}} \tag{65}$$

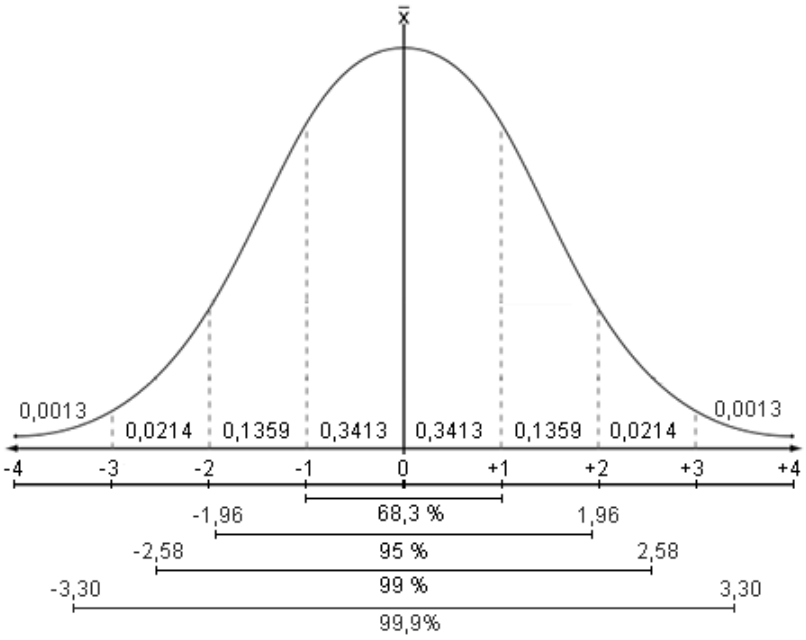
Kriittinen arvo saadaan normaalijakauman tai χ^2-taulukon avulla:

$$q_{DS} = N_{1-\alpha_0/2} = \sqrt{\chi^2_{1,\infty,1-\alpha_0}} \tag{66}$$

jossa α_0 on yhden havainnon merkitsevyystaso, N on normaalijakauma ja χ^2-taulukkoarvo. Merkitsevyystaso yhdelle havainnolle α_0 saadaan:

$$\alpha_0 = 1 - (1-\alpha)^{1/n} \cong \alpha/n \tag{67}$$

jossa α on merkitsevyystaso ja n havaintojen lukumäärä. Merkitsevyystaso voidaan valita mielivaltaisesti. Sen avulla päätetään todennäköisyys, millä tietty määrä testisuureen havainnoista joutuu hylkäysalueelle (Kuva 12).



Kuva 12 Normaalijakauma ja tasojen tilavuudet. Yleisimmät merkitsevyystasot ja niiden testisuureet on merkitty myös kuvaajaan. (Ville Jussila)

Outlier-testejä on olemassa muitakin, muun muassa Tau-testi ja t-testi, joiden perusajatus on sama kuin Data snooping -menetelmällä. Testiarvon ja kriittisen arvon laskenta tehdään vain hieman eri tunnusluvuista. (Gullu & Yilmaz 2010, s. 440–442)

7.3.1.6 Tasoitettujen havaintojen keskivirheet

Tasoitettujen havaintojen kovarianssimatriisi lasketaan painoyksikön varianssin ja tasoitettujen havaintojen painokerroinmatriisin tulona:

$$C_{\hat{l}_i} = m_0^2 * Q_{\hat{l}_i} = m_0^2 * (P^{-1} - Q_v) = m_0^2 * (P^{-1} - (P^{-1} + A(A^T PA)^{-1} A^T)) \qquad (68)$$

Kovarianssimatriisin lävistäjäalkioiden, varianssien $\sigma_{\hat{l}_i}^2$ neliöjuurista saadaan tasoitetuille havainnoille keskivirheet $\sigma_{\hat{l}_i}$. (Kallio 1998, s. 33–36)

Geodeettisten verkkojen suunnittelun periaate on tasalaatuinen virheiden jakautuminen koko verkon alueelle, eli samaa kokoluokkaa olevat absoluuttiset virhe-ellipsit ja -ellipsoidit. Kahden pisteen välistä suhteellista tarkkuutta voidaan havainnollistaa suhteellisilla virhe-ellipseillä ja -ellipsoideilla. Suhteellisten parametrien funktionaalinen malli on:

$$d\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2 \qquad (69)$$

jossa parametrivektorit $\boldsymbol{x}_1$ ja $\boldsymbol{x}_2$ ovat verkon kahden pisteen koordinaatit. Funktionaalinen malli matriisimuodossa on:

$$d\boldsymbol{x} = G * \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \end{bmatrix}, G = [I \quad -I] \qquad (70)$$

Pistevälin suhteellisten virhe-ellipsien tai -ellipsoidien parametrit, iso- ja pieniakselien suuruudet saadaan pistevälin kovarianssimatriisin C_{xx}^{12} ortogonalisoinnilla:

$$C_{dxdx} = G * C_{xx}^{12} * G^T \tag{71}$$

Suhteellisia virheitä käytetään pääasiassa haluttaessa tutkia verkon sisäistä tarkkuutta. Lähtöpisteiden määrällä ja sijoittumisella verkossa ei ole juurikaan merkitystä suhteellisten virheiden kokoon, vaan niihin vaikuttavat pääasiassa pisteiden välimatka. Pistevälin suhteellinen tarkkuus saadaan jakamalla suhteellisen virhe-ellipsin tai -ellipsoidin maksimiakselin puolikas pistevälin etäisyydellä. Saatu tunnusluku ilmoittaa minkä tahansa pistevälin ja verkon osan suhteellisen tarkkuuden. Tunnusluvun yksikkö on yleensä ppm, eli parts per million (mm/km). (X-Position Oy, s. 127–128)

7.3.2 Havaintoverkon luotettavuus, redundanssiluvut r_i

Havaintoverkon luotettavuus kertoo sen kyvystä paljastaa karkeat virheet. Luotettavuutta on sisäistä ja ulkoista. Sisäinen luotettavuus kertoo pienimmän karkean virheen, joka on mahdollista paikallistaa havainnoista. Ulkoinen luotettavuus taas kertoo löytymättä jääneiden karkeiden virheiden vaikutuksen tasoitettuihin koordinaatteihin.

Verkon luotettavuuden arvioimiseksi ja karkeiden virheiden löytämiseksi käytetään havainnon todellisen virheen ja tasoituksesta saadun jäännösvirheen suhdetta, niin sanottua redundanssilukua r_i. Redundanssiluvut saadaan redundanssimatriisin lävistäjäalkioista, $r_i = R_{ii}$. Redundanssimatriisi, R, lasketaan seuraavalla kaavalla:

$$R = Q_v * P \tag{72}$$

jossa Q_v residuaalien painokerroinmatriisi ja P havaintojen painomatriisi. Havaintoverkossa jokainen yksittäinen havaintovirhe vaikuttaa tasoituksen kaikkiin residuaaleihin ja jokaiseen yksittäiseen residuaaliin vaikuttavat kaikki verkon havaintovirheet.

Redundanssiluvut ovat verkon geometrian ja havaintojen tarkkuuden funktio ja ne osoittavat kunkin havainnon osuuden koko verkon redundanssista eli ylimäärityksestä:

$$r = \sum r_i \tag{73}$$

Redundanssiluvut kuvaavat havaintojen kontrolloitavuutta ja niiden avulla nähdään havaintovirheen vaikutus saman havainnon residuaaliin. Todellisesta havaintovirheestä vain osa näkyy vastaavassa residuaalissa. Redundanssilukujen arvoalue on $0 \leq r_i \leq 1$. Redundanssiluvun ollessa yksi, 100 % havaintovirheestä näkyy tasoituksen jälkeisissä residuaaleissa. Tällöin kyseessä on kahden tunnetun pisteen välinen havainto. Redundanssiluvun ollessa nolla, on kyseessä niin sanottu piikkipiste ja 0 % havaintovirheestä näkyy tasoituksen residuaalissa. Tässä tapauksessa karkean virheen löytäminen havainnosta on mahdotonta.

Redundanssiluvut kertovat verkon geometrian vahvuudesta. Lukujen ollessa lähellä yhtä on kyseessä vahva verkko, josta karkeita virheitä voidaan paikallistaa helposti. Lukujen ollessa lähellä nollaa on verkon rakenne huono ja karkeiden virheiden paikallistaminen vaikeata tai lähes mahdotonta. Kolmioverkon tapaan mitattu GNSS-verkko on hyvä esimerkki vahvasta verkosta. Tavallinen monikulmiojono on taas esimerkki huonosta verkon rakenteesta. Verkon vahvuuteen vaikuttaa merkittävästi sen geometrinen muoto. Hyvällä

verkon geometrialla varmistetaan automaattisesti riittävä ylimääritys. (Kallio 1998, s. 56–58: X-Position Oy, s. 133–134)

7.4 Havaintoverkon tasoituksen vaiheet

Havaintoverkon tasoitus tehdään kahdessa vaiheessa. Aluksi ratkaistaan niin sanottu vapaa verkko, jolla muodostetaan käsitys havaintojen onnistumisesta ja verkon sisäisestä tarkkuudesta. Mittauskampanjan aikana vapaa verkko tasoitetaan yleensä päivittäin, jotta havaitaan mahdolliset epäkelvot havaintovektorit. Laitteiden ollessa vielä mittausalueella voidaan suunnitella jatkotoimenpiteet uusien havaintojen tekemiseksi.

Kytketty verkko tasoitetaan mittauskampanjan päätyttyä. Mittauskampanjasta saatu vapaa verkko kiinnitetään lähtöpisteiden avulla EUREF-FIN-koordinaatistoon. Tasoitettaessa verkko kytkettynä verkkona lähtöpisteet määrittelevät sen datum-elementit: sijainnin, orientoinnin ja mittakaavan. Molempien verkkotyyppien tarkkuuden arviointiin on olemassa erilaisia menetelmiä.

Vapaassa verkossa havainnot määrittelevät vain verkon muodon. Vapaan verkon tasoitus voidaan suorittaa aitona vapaana verkkona tai vapaana verkkona, jossa yksi pisteistä on kiinnitetty. Aito vapaan verkon tasoitus tuottaa sille optimaalisen datumin ja sen origo asettuu verkon painopisteen suhteen. Keskivirheet kuvautuvat verkon alueelle todenmukaisesti. Vapaan verkon tasoituksessa yksi pisteistä kiinnitetään. Kiinnitetty piste vaikuttaa voimakkaasti verkon tarkkuuslukuihin ja siksi se tuleekin valita läheltä verkon painopistettä. Aito vapaa verkko on suositeltavin menetelmä verkon sisäisen tarkkuuden tutkimiseen. (Kallio 1998, s. 67)

7.4.1 Vapaa verkko

Vapaan verkon tasoitusta analysoidaan silmukoiden sulkuvirheiden (74), painoyksikön keskivirheen, pisteiden virhe-ellipsien ja korkeuskeskivirheiden avulla. Tasoituksen analysoinnissa käytetään myös apuna havaintovektorien suhteellisia virhe-ellipsejä ja korkeuskeskivirheitä, jäännösvirheitä ja standardoituja jäännösvirheitä. Edellä mainituilla tunnusluvuilla saadaan kuva havaintovektoreiden ja mittaussessioiden välisestä yhteensopivuudesta. (Kallio 1998, s. 67–68; Maanmittauslaitos 2003, s. 12)

Sulkeutuvan kuvion havaintovektorit tulee olla mitattu vähintään kahdessa eri sessiossa. Kuvion sulkeutuessa samassa sessiossa eivät kaikki havainnot ole todellisia geodeettisia havaintoja, vaan osa havainnoista on muista johdettuja niin sanottuja triviaaleja havaintoja. Yksinkertaisena esimerkkinä triviaalisen havainnon tapauksesta voidaan antaa kolmio, joka voidaan ratkaista havaitsemalla kahden sivun pituus ja niiden välinen kulma. Kolmas sivu ja muut kulmat voidaan johtaa havaituista suureista. Tasoituslaskennan kannalta johdetut suureet ovat ei-geodeettisia triviaaleja havaintoja.

Sulkeutuvista kuvioista lasketaan suhteellinen sulkuvirhe, eli sulkuvirhevektorin $[w_X \quad w_Y \quad w_Z]^T$ ja silmukan pituuden D suhdeluku (ppm):

$$ppm = \frac{\sqrt{w_X^2 + w_Y^2 + w_Z^2}}{D} \tag{74}$$

(Martikainen ym. 2000, s. 14)

7.4.2 Kytketty verkko

Havaintotyöstä saatu vapaa verkko sidotaan luokkahierarkiassa yhtä tasoa ylempään verkkoon. Nämä lähtöpisteet määrittelevät verkon datum-elementit, eli tasoituksen koordinaatiston, jossa myös uudet pisteet tulevat olemaan. Lähtöpisteet voidaan olettaa virheettömiksi tai virheellisiksi ja esitellä niille keskivirheet, jolloin ne muuttuvat tasoituksessa koordinaattihavainnoiksi. (Kallio 1998, s. 67–68; Maanmittauslaitos 2003, s. 12)

Kytketyn verkon tasoitusta analysoidaan painoyksikön keskivirheen, pisteiden virhe-ellipsien ja korkeuskeskivirheiden ja havaintovektorien suhteellisten virhe-ellipsien ja korkeuskeskivirheiden avulla. Tasoituksen analysoinnissa käytetään myös jäännösvirheitä ja standardisoituja jäännösvirheitä, koordinaattihavaintojen keskivirheitä ja tasoitettujen koordinaattien keskivirheitä. Näillä tunnusluvuilla saadaan kuva verkon ulkoisesta tarkkuudesta, eli havaintovektoreiden muodostaman sisäisesti tarkan verkon sopimisesta paikalliseen koordinaatistoon.

7.5 Todennäköisyysjakautuminen

Tilastomatematiikan näkökulmasta katsottuna havainnot ovat satunnaismuuttujia, joiden todennäköisyysjakaumat tunnetaan etukäteen. Tästä johtuen myös niiden keskivirheet ovat todennäköisyysjakautuneita ja ne liitetään usein käsitteeseen normaalijakauma. Toistettaessa jotain havaintomenetelmää mahdollisimman monta kertaa peräkkäin jakautuvat niiden havaintovirheet normaalijakauman tiheysfunktion perusteella. Havaintojen normaalijakautuneisuus vaikuttaa myös pienimmän neliösumman ratkaisuvektorin normaalijakautuneisuuteen.

Tiheysfunktion kahta ensimmäistä momenttia käytetään havainnon tarkkuuden kuvaamiseen. Ensimmäinen momentti kuvaa havainnon odotetun tarkkuuden, niin sanotun estimaatin ja sitä kutsutaan odotusarvoksi. Toinen momentti kuvaa havainnon hajontaa odotusarvon ympärillä ja sitä kutsutaan varianssiksi. (Position Oy, s. 125)

Normaalijakaumassa niin sanottu Gaussin kellokäyrä muodostetaan leikkaamalla satunnaismuuttujien x ja y tiheysfunktio $f(x, y)$ pystysuuntaisella tasolla. Leikattaessa tiheysfunktio auki xy-tason suunnassa muodostuu ellipsi, joka tunnetaan myös virhe-ellipsinä. Normaalijakautuneiden satunnaissuureiden neliösumma on χ^2-jakautunut. Tämä kertoo myös todennäköisyyden, millä havaittu piste on virhe-ellipsin tai -ellipsoidin sisällä.

Standardi virhe-ellipsi ja -ellipsoidi ovat normaalijakautuneisuuden vakiokokoiset luottamusellipsit ja -ellipsoidit. Yksiulotteisessa tapauksessa, esimerkiksi vaaitushavainnoissa ratkaisu on standardi virhe-ellipsin sisällä 68,3 %:n todennäköisyydellä ja kaksiulotteisessa tapauksessa, esimerkiksi perinteisissä tasorunkoverkoissa 39,3 %:n todennäköisyydellä standardi virhe-ellipsin sisällä. Kolmiulotteisessa tapauksessa, esimerkiksi GNSS-verkoissa ratkaisu on 19,9 %:n todennäköisyydellä standardi virhe-ellipsoidin sisällä.

Standardi virhe-ellipsejä ja -ellipsoideja voidaan kasvattaa haluttuun todennäköisyyteen ellipsien ja ellipsoidien puoliakseleja kertomalla. Seuraavassa taulukossa on esitelty kertoimet 95 %:n ja 99 %:n todennäköisyyksille kolmessa ulottuvuudessa (Taulukko 3). (Kallio 1998, s. 37–38, 40; X-Position Oy, s. 128–129)

Taulukko 3 Kertoimet standardi virhe-ellipsien ja -ellipsoidien skaalaamiseksi 95 %:n ja 99 %:n todennäköisyyksiin.

95 % luottamusalue			**99 % luottamusalue**	
Ulottuvuus	**Kerroin**		**Ulottuvuus**	**Kerroin**
1	1,96		1	2,57
2	2,45		2	3,04
3	2,79		3	3,37

8 Kunnan perusrunkoverkon suunnittelu ja mittaus

Kunnan ylintä kiintopisteverkkoa kutsutaan perusrunkoverkoksi. Sen lähtöpisteitä ovat valtakunnalliset ensimmäisen, toisen ja kolmannen luokan KKJ-pisteet tai nykyään E1–E3-luokan EUREF-FIN-pisteet. Perusrunkoverkko on kunnan mittaustoiminnan perusta. Kunnan rakennusalueiden kaavoitus- ja kiinteistötoimi perustuu tarkan ja luotettavan perusrunkoverkon hallintaan.

Tämän luvun tarkoituksena on antaa kuva kunnan kiintopisteiden hierarkiasta ja kiintopisteverkon suunnittelun ja mittauksen lähtökohdista. Aluksi esitellään kunnan kiintopisteluokat ja niiden ominaisuudet. Lopuksi tarkastellaan kiintopisteverkon suunnittelua ja mittausta olemassa olevien ohjeiden perusteella.

8.1 Kiintopisteet

Kunnan kiintopisteet jaetaan kahteen luokkaan. Ylintä luokkaa edustavat peruskiintopisteet, jotka realisoivat kunnan koordinaattijärjestelmän. Alinta luokkaa edustavat käyttöpisteet, joita käytetään erilaisten mittaustoimitusten lähtöpisteinä.

8.1.1 Peruskiintopisteet

Perusrunkoverkon kiintopisteitä kutsutaan peruskiintopisteiksi ja niitä käytetään alueellisten käyttökiintopisteiden tihentämisen lähtöpisteinä. Peruskiintopisteet suunnitellaan rakenteeltaan yksikäsitteisiksi, liikkumattomiksi ja kestäviksi. Sijainniltaan pisteet perustetaan liikkumattomalle alustalle kuten kalliolle, maaperäkiveen, betonipilariin tai muuhun kiinteään rakenteeseen. Peruskiintopisteet ovat usein kallioon kiinnitettyjä metallitankoja, -putkia tai -pultteja ja niiden odotetaan säilyvän maastossa vuosikymmeniä. Pisteiden välimatkaksi suositellaan 1–2 kilometriä, jotta ne kattavat koko tarvealueen, esimerkiksi kunnan asemakaava-alueen. Pisteiden välimatkan tulee kuitenkin olla vähintään 500 metriä.

Peruskiintopisteiden määrittäminen tapahtuu pääasiassa satelliittipaikannuksella, mutta myös jonomittauksella voidaan tehdä peruskiintopisteitä. Jonomittauksella tehtävien peruskiintopisteiden tapauksessa pistevälin tulee olla vähintään yksi kilometri. Tehtäessä peruskiintopisteitä satelliittipaikannuksella tulee kiinnittää huomiota taivasnäkyvyyteen, ympäristön luomiin monitieheijastuksiin ja auringon aktiivisuuteen. Tarpeen mukaan olisi myös hyvä ottaa huomioon pisteiden keskinäinen näkyvyys mahdollisia optisia havaintoja ajatellen. (Maanmittauslaitos 2003, s. 8–9)

8.1.2 Käyttökiintopisteet

Käyttökiintopisteet toimivat kartoituksen ja rakentamisen lähtöpisteinä ja ne suunnitellaan palvelemaan alueellisia tarpeita. Käyttökiintopisteitä tehdään pääasiassa jonomittauksella, mutta myös satelliittipaikannuksen käyttäminen on mahdollista. Satelliittipaikannuksen luonteesta johtuen ei alle 500 metrin pisteväli ole suositeltavaa, jolloin tiheämmin mitattuja käyttökiintopisteitä joudutaan tuottamaan jonomittauksella. Käyttökiintopisteiden rakenne ja perustaminen eivät poikkea peruskiintopisteistä paitsi, että maahan lyöty metallitanko tai -putki on myös soveltuva perustamistapa. (Maanmittauslaitos 2003, s. 8–9)

8.1.3 Kiintopisteen pisteselityskortti

Kiintopisteistä laaditaan aina pisteselityskortti, joka auttaa pisteen löytämisessä ja käyttämisessä. Pisteselityskortista tulee käydä ilmi

- pisteen numero, jonon tai vastaavan laskentanumero
- pisteen luokka
- pisteen mittaaja (organisaatio)
- kunta, kylä, kaupunginosa jne.
- koordinaattijärjestelmä (taso/korkeus)
- EUREF-FIN-koordinaatit
- koordinaattien ja korkeuden mittausmenetelmä
- pisteen rakenne ja alusta
- lyhyt kuvaus sijainnista, hakumerkkien kuvaus
- sijaintipiirros sidemittoineen
- mittausajankohta. (Maanmittauslaitos 2003, s. 8–9)

8.1.4 Kiintopisteiden tarkkuusvaatimukset

Kiintopisteille on asetettu tarkkuusvaatimukset ”Kaavoitusmittausohjeet 2003”-ohjeistossa. Tarkkuudet ovat suhteellisia tarkkuuksia, jossa tarkastellaan suhteellisen virhe-ellipsin tai -ellipsoidin suhdetta pisteiden väliseen etäisyyteen (Luku 7.3.1.6). (Maanmittauslaitos 2003, s. 10) Seuraavassa taulukossa on esitelty kunnan kiintopisteiden suhteelliset tarkkuusvaatimukset (Taulukko 4).

Taulukko 4 Kiintopisteiden suhteelliset tarkkuudet.

Kiintopistelaji	Suhteellinen tarkkuus
Peruskiintopisteet	≤ 20 ppm
Käyttökiintopisteet	
mittausluokka 1 ja 2	≤ 50 ppm tai 15 mm kun sivunpituus l ≤ 300m
mittausluokka 3	≤ 80 ppm tai 25 mm kun l ≤ 300m

8.2 Verkon suunnittelu

Kiintopisteverkon mittauksen tapahtuessa satelliittipaikannuksella, on se liitettävä vähintään neljään lähtöpisteeseen, jotka sulkevat mittausalueen kokonaan sisäänsä. Kiintopisteverkko muodostuu sulkeutuvista kuvioista eli silmukoista, jossa vektorit ovat mahdollisimman tasasivuisia. Yhden silmukan vektorit tulee mitata vähintään kahdessa havaintojaksossa ja kahteen kertaan mitattuja riippumattomia havaintovektoreita tulee olla vähintään 15 % kaikista vektoreista. Näillä toimilla pyritään havaintoverkon karkeiden virheiden eliminoimiseen ja tarkkuuden arvioimiseen. Vierekkäisillä silmukoilla on oltava vähintään kaksi yhteistä pistettä ja ne eivät saa liittyä toisiinsa vain yhden pisteen tai yhden vektorin välityksellä. Lisäksi verkossa ei saa olla niin sanottuja piikkipisteitä, jotka ovat irrallaan muista silmukoista. (Maanmittauslaitos 2003, s. 10–12)

8.3 Verkon mittaaminen

Verkon mittaaminen tapahtuu staattisella relatiivisella satelliittipaikannuksella (Luku 6.2). Haluttu tarkkuusvaatimus määrää havaintojakson minimiajan. ”Kaavoitusmittausohjeet

2003”-ohjeisto suosittelee peruskiintopisteverkon mittaukseen 45–90 minuutin havaintoaikaa. Kokemusten perusteella on kuitenkin suositeltavampaa käyttää vähintään 120 minuutin havaintoaikaa, jotta alkutuntemattomat saadaan ratkaistuksi (Luku 6.3). Havaintojaksoista laaditaan aikataulu, johon suunnitellaan havaintoajankohdat. Auringon aktiivisuus ja satelliittigeometrian DOP-luvut otetaan huomioon suunnitelmia tehtäessä. Suositusten mukaisesti mittaushetkellä DOP-lukujen tulisi olla alle kahdeksan. Molempien tai vain toisen ollessa korkealla pidennetään havaintoaikaa haluttuun tarkkuuteen pääsemiseksi. Huonoimmassa tapauksessa havaintotyöt voidaan joutua keskeyttämään tai hylkäämään havaintoaineisto kokonaan.

Kiintopisteiden mittauksesta laaditaan havaintolomake, johon merkitään

- pisteen numero
- vastaanottimen tyyppi, sarjanumero tai muu yksilöivä tunnus
- päivämäärä
- havaintojakson aloituskohta ja antennin korkeus
- havaintojakson päättymiskohta ja antennin korkeus
- havaitsija.

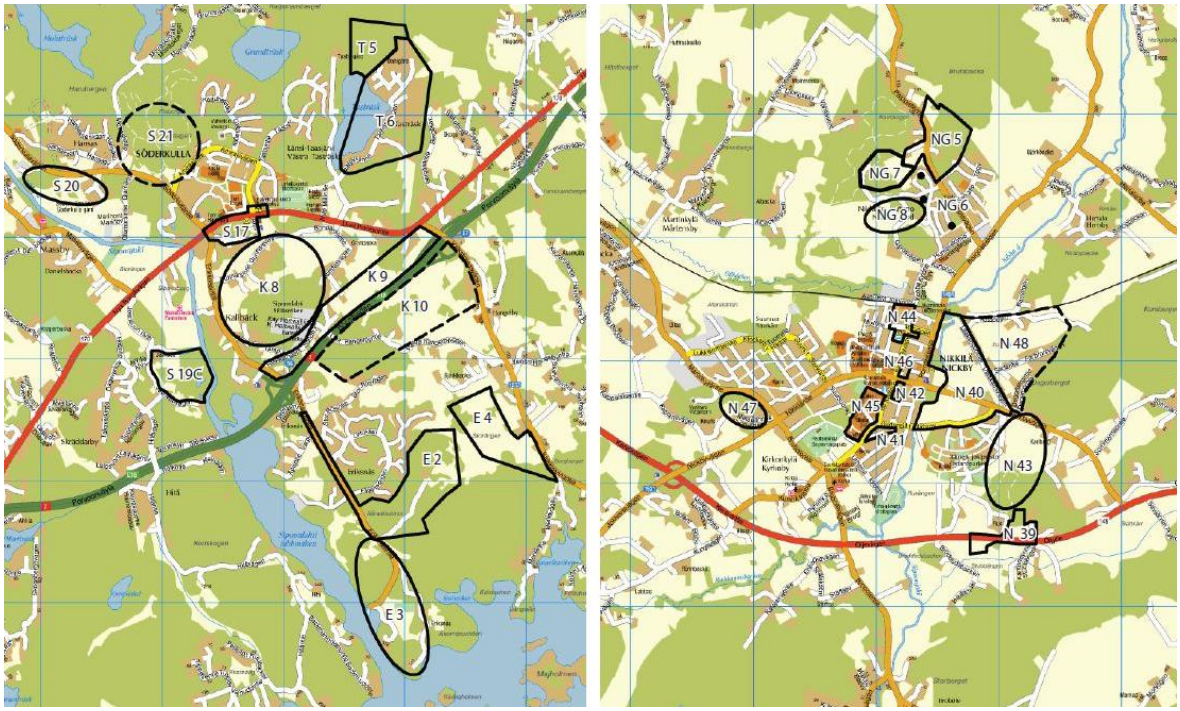
Havaintolomake liitetään mittauskampanjan dokumentteihin. Antennikorkeus kiintopisteestä mitataan millimetrin tarkkuudella antennin referenssipisteeseen (ARP) vinoetäisyytenä tai muuhun ennalta määrättyyn kohtaan antennissa. Mitattu vinoetäisyys muutetaan laskentavaiheessa kohtisuoraksi etäisyydeksi pisteestä antenniin. Havaintotyössä käytettäessä erilaisia antennityyppejä tulee huomioida oikeiden antennimallien ja antennikorkeuden mittauskohdan esittely jälkilaskentaohjelmalle. Session tiedot puretaan vastaanottimista päivittäin. Havaintoaineistot tarkistetaan ja varmuuskopioidaan ja ratkaistaan havaintovektorit.

Havainto- ja laskenta-aineisto tulee dokumentoida ja arkistoida mittauskampanjan päätyttyä. Arkistoidun havaintoaineiston avulla voidaan havaintoverkko laskea tarvittaessa myöhemmin uudestaan. Laskenta-aineiston avulla voidaan myös todeta verkon tarkkuus, kun vektorilaskennan ja verkkotasoituksen tunnusluvuista voidaan nähdä molempien laskutoimenpiteiden olevan tehty hyvää laskentatapaa noudattaen (Luku 6.3 ja Luku 7). (Maanmittauslaitos 2003, s. 10–12)

9 Sipoon kunta

Sipoo on 20 000 asukkaan kaksikielinen kunta Uudellamaalla. Kunta sijaitsee Helsingin ja Porvoon välissä. Muita naapurikuntia ovat Järvenpää, Kerava, Mäntsälä, Pornainen, Vantaa ja Tuusula. Etelässä Sipoo rajoittuu Suomenlahteen. Kunnan pinta-ala on noin 700 neliökilometriä, josta 48,6 % on maa-alueita, 50,9 % merialueita ja 0,5 % järviä. Kunnassa on kaksi isompaa asutuskeskittymää, Keski-Sipoossa sijaitseva Nikkilän kuntakeskus ja siitä noin kymmenen kilometriä etelään sijaitseva Etelä-Sipoon paikalliskeskus Söderkulla.

Kunnan maankäyttö ja kaavoitus on ollut hyvin aktiivista viime vuosina, kun uusia asemakaavoja on valmistunut kunta- ja paikalliskeskuksen ympärille (Kuva 13). Sipoon väkiluvun on ennustettu kasvavan seuraavan 10 vuoden aikana noin 10 000 asukkaalla. Suurin kasvu odotetaan tapahtuvan Söderkullassa. Näin suuri asukasluvun kasvu pakottaa kunnan tuottamaan kaavavarantoa noin 5 %:n keskimääräisellä kasvulla seuraavan 10 vuoden aikana. Kasvu tarkoittaa 65 000 kerrosneliömetrin lisääntymistä asuinrakentamiseen suunnatussa kaavavarannossa vuosittain. (Sipoon kunta 2011, s. 6–11)



Kuva 13 Sipoon kunnassa vireillä olevat asemakaavat ja kuntakeskukset, vasemmalla Söderkulla ja oikealla Nikkilä. (Sipoon kunta 2011, s. 22)

Viimeisen vuosikymmenen aikana kunnassa ei ole ollut omaa mittausorganisaatiota, vaan kaikki siihen liittyvät palvelut on tilattu eri konsulttiyhtiöiltä. Tämä toiminta on ajanut kunnan tilanteeseen, missä kaavoituksen pohjakarttojen tarkkuus ja uusien kiintopisteiden laatu eivät ole olleet tarpeeksi tasokasta kaavoituksen ja kiinteistötoiminnan kannalta. Konsulttien rakentamat peruspisteet ovat olleet varsin luokattomissa paikoissa, kuten kannossa tai maantiepäällysteessä, mikä ei vastaa peruspisteistölle asetettua vaatimusta luotettavasta perustamistavasta (Luku 8.1.1).

10 Sipoon EUREF-hanke

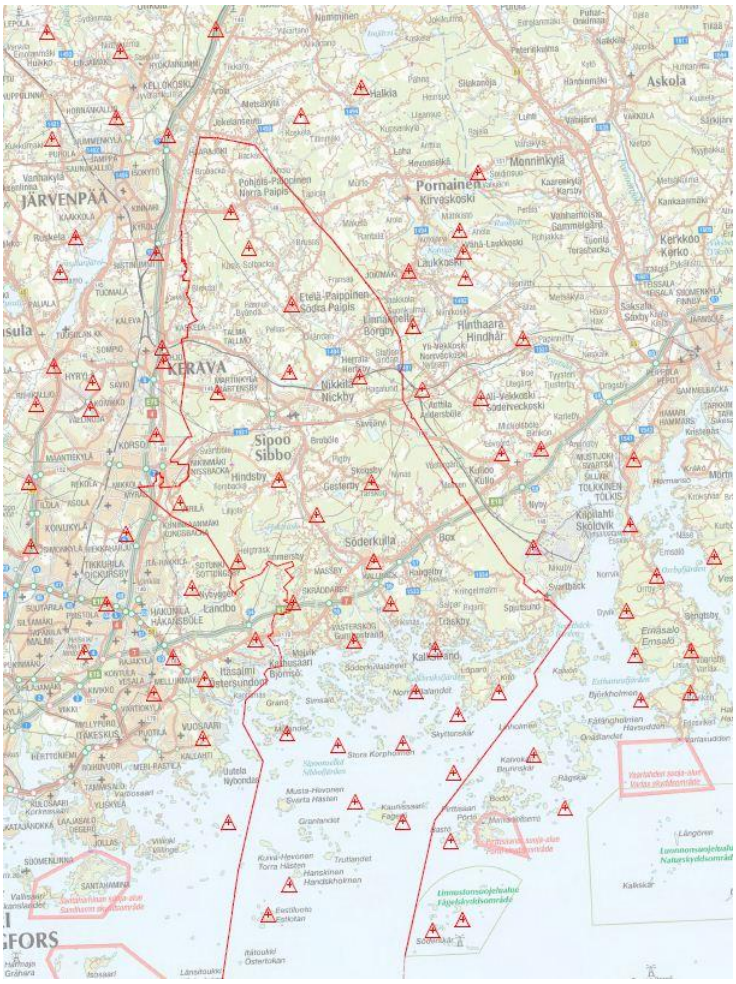
Tämän diplomityön avulla Sipoon kunta siirtyi käyttämään koordinaattijärjestelmänä uutta ETRS89-koordinaattijärjestelmää. Siirtymisessä tehtiin kolme toimenpidettä

- inventoitiin kunnassa sijaitsevat valtakunnalliset EUREF-FIN-pisteet
- luotiin uusi ylemmän luokan peruspisteistö
- määritettiin muunnosparametrit vanhan ja uuden koordinaattijärjestelmän välille.

Seuraavissa luvuissa on esitelty pisteinventointia ja ylimmän luokan runkoverkon suunnittelua, mittausta ja laskentaa. Kunnan uuden ja vanhan koordinaattijärjestelmän välistä muunnosmallia ja muunnosparametrien määrittämistä käsitellään myös seuraavissa luvuissa sekä laskentojen tulosten analysointia.

10.1 EUREF-FIN-pisteiden inventointi

Kunnan ja lähialueiden valtakunnallisten mitattujen EUREF-FIN-pisteiden inventointi tehtiin Maanmittauslaitoksen Karttapaikka.fi-palvelun avulla. Palvelusta listattiin Maanmittauslaitoksen ja Geodeettisen laitoksen mittaamat E1-E3-luokan EUREF-FIN-pisteet. Inventoiduilla pisteillä oli lisäksi Kartastokoordinaattijärjestelmän mukaiset 1.–3. luokan tasokoordinaatit. Edellä mainitut vaatimukset täyttäviä pisteitä löydettiin yhteensä 83 kappaletta (Kuva 14).



Kuva 14 Sipoon ja sen lähialueiden valtakunnalliset pisteet, joiden koordinaatit tunnetaan sekä Kartastokoordinaattijärjestelmässä että ETRS89-koordinaattijärjestelmässä.

Pisteinventoinnin perusteella todettiin valtakunnallisten runkopisteiden määrän olevan alueella hyvä. Pisteiden todettiin myös jakautuneen alueelle melko tasaisesti.

10.2 Uusi ylimmän luokan peruspisteistö

Ylemmän luokan peruspisteistön suunnitteleminen aloitettiin joulukuussa 2011. Peruspisteistön haluttiin kattavan Nikkilän ja Söderkullan asemakaava-alueet ja sen ajateltiin koostuvan pääasiassa kuntaan aikaisemmin mitatuista perus- ja käyttöpisteistä. Vanhojen pisteiden GNSS-mittauksella saataisiin niille tarkasti määritetyt geodeettiset koordinaatit ETRS-datumissa. Tarkkojen koordinaattien avulla voitaisiin laskea muunnosparametrit uuden ja vanhan järjestelmän välille. Vanhojen pisteiden mittauksella haluttiin myös tutkia paikallisten verkkojen deformoitumista ja kunnan kaavoituksen pohjakarttojen laatua. Tutkimusta oli tarkoitus tehdä vertailemalla olemassa olevien pohjakarttojen ja uusilta pisteiltä tapahtuvan maastokartoituksen eroja tietyissä karttakohteissa, kuten rakennusten seinälinjoissa.

Kunnan sisäistä pisteinventointia tehtäessä huomattiin suurimman osan kunnan nykyisistä perus- ja käyttöpisteistä sijaitsevan paikoissa, joissa pisteen liikkumattomuudelle asetetut vaatimukset eivät täyttyisi. Pisteiden sijoittuminen kunnan sisällä ei myös ollut kovin tasainen ja kunnan uudet kaava-alueet tarvitsivat uusia kiintopisteitä (Kuva 15). Näiden

seikkojen perusteella päätettiin kuntaan rakentaa pääasiassa uusi peruspisteistö ja täydentää sitä GNSS-paikannukseen soveltuvilla kunnan vanhoilla pisteillä, joilla taivasnäkyvyys olisi edullinen relatiivisen paikannuksen kannalta.

Kuva 15 Kunnan uusi peruspiste EN1208 Lukkarin koulun katolla. (Ville Jussila)

10.2.1 Peruspisteistön suunnittelu

Suunnittelun lähtökohta oli saada Nikkilän ja Söderkullan pohjakartta-alueille peruspisteitä 1–2 kappaletta neliökilometrille (Luku 8.1). Kumpikin alue oli kooltaan noin 30 neliökilometriä, joten pisteitä tulisi molemmille alueille noin 30 kappaletta. Peruspisteiden käyttöiäksi suunniteltiin vähintään 30 vuotta. Tämä asetti peruspisteille vaatimuksen mahdollisimman liikkumattomasta alustasta. Lisäksi pisteiden tulisi sijaita paikoissa, joissa tulevaisuuden kaupunkirakenteen muutokset eivät tuhoaisi niitä.

Peruspisteiden sijaintien suunnittelussa käytettiin apuna kunnan tuoreinta kaavoituskatsausta. Kaavoituskatsauksesta löytyivät kunnassa lähivuosina toteutuvat asemakaavat ja alueet, joille rakentaminen lähitulevaisuudessa ei painottuisi (Kuva 13). Kunnan lähitulevaisuuden laajenemissuunnitelmat, mitkä eivät näkyneet kaavoituskatsauksessa, otettiin huomioon yhteistyössä kunnan Mittaus- ja kiinteistöyksikön henkilökunnan kanssa.

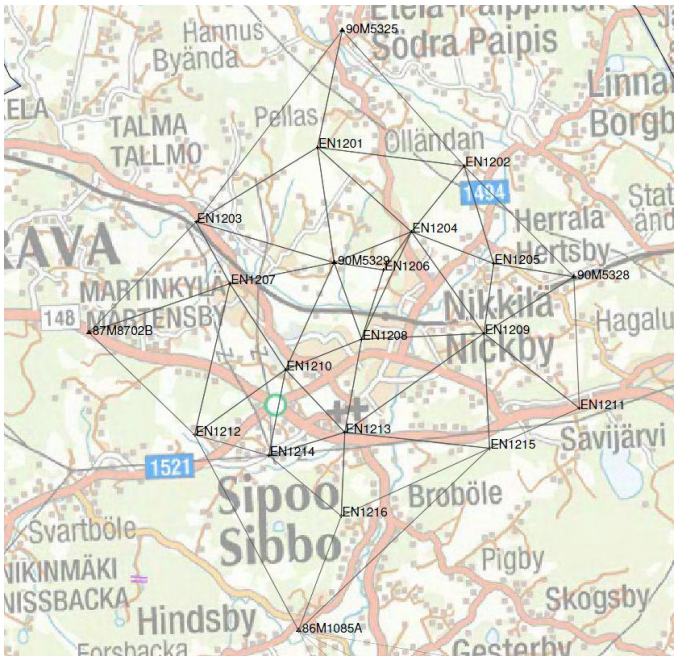
Peruspisteiden paikkoja selvitettiin kunnasta otettujen ilmakuvien ja numeerisen maastotietokannan avulla. Ilmakuvilta inventoitiin avokallioita, jotka olisivat oivia peruspisteiden paikkoja. Avokalliot pysyisivät muuttumattomina vuosia ja niillä oleva puusto olisi matalaa ja harvaa. Harva ja matala puusto mahdollistaisi hyvän näkyvyyden paikannussatelliitteihin. Ilmakuvilta ja maastotietokannasta inventoitiin myös muita mahdollisia peruspisteiden paikkoja, joilla avokallioita ei ollut.

Nikkilän alue on vanhaa jokilaaksoa, missä kalliopinta sijaitsee syvällä savimaiden alla. Tämä asetti alueen peruspisteistön suunnittelulle pieniä haasteita. Taajama-alueen ulkopuolelta löytyi avokalliota varsin hyvin. Keskusta-alueella pisteitä suunniteltiin sijoitettavaksi myös muutaman rakennuksen katolle. Söderkullan alue sijaitsi lähempänä merenrantaa ja oli kumpuilevaa kallioista aluetta, mikä teki peruspisteistön suunnittelun suoraviivai-

semmaksi kuin Nikkilässä. Alueella oli ilmakuvien perusteella laajoja tasaisia avokallio-alueita, jotka soveltuivat hyvin pisteiden paikoiksi.

Pisteiden paikat viimeisteltiin maastotutkimuksella, jossa samalla selvitettiin pisteiden taivasnäkyvyys GNSS-paikannusta varten. Hyvän taivasnäkyvyyden rajana pidettiin 15 asteen katkaisukulmaa horisonttitasosta. Katkaisukulman yläpuolella olevien esteiden uskottiin vaikuttavan havaintojen keräämiseen liikaa. Hyvä taivasnäkyvyys ei myöskään aiheuttanut raivaustoimia havaintopaikoilla. Pisteen vaivaton saavutettavuus oli olennainen asia, kun mietittiin pisteellä tarvittavan kaluston määrää. Suuren kalustomäärän ja hankalan sijainnin todettiin vaikuttavan pisteen käytettävyyteen. Avokallioilla oleviin mahdollisiin suuriin korkeuseroihin ja siten loukkaantumisvaaraan kiinnitettiin myös huomiota. Rakennusten katoille sijoitettavien pisteiden kohdalla pohdintaa aiheuttivat rakennusten stabiilisuus ja mahdolliset tulevat korjaus- ja purkutoimenpiteet. Pisteen tarkan sijainnin ollessa tiedossa voitiin alueen maanomistus selvittää. Maanomistajille ilmoitettiin pisteen rakennustöistä, mahdollisista raivauksista ja tulevasta mittauskampanjasta liitteessä olevan ilmoituksen avulla (Liite 4).

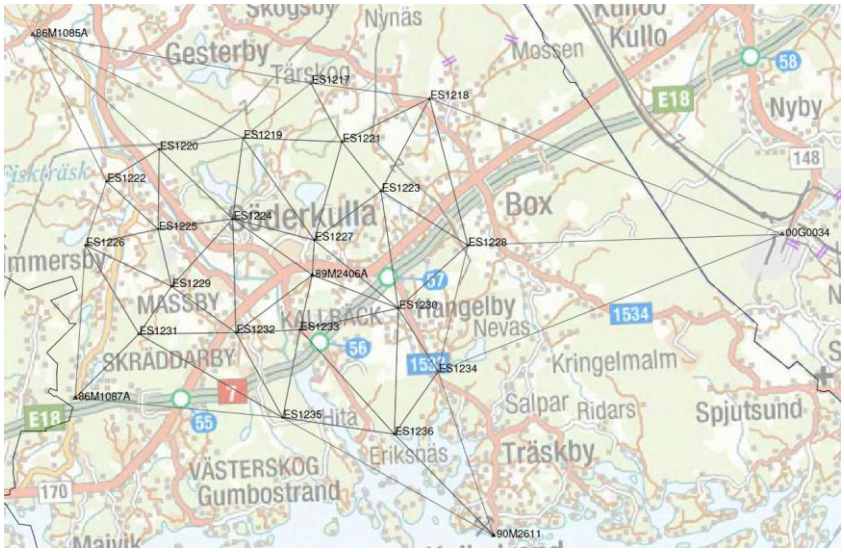
Nikkilän perusrunkoverkko koostui 16 uudesta ja 5 valtakunnallisesta EUREF-FIN-pisteestä (Kuva 16). Nikkilän alueelle pisteitä rakennettiin taajama-alueen ulkopuolella pääasiassa avokallioille. Muutamassa tapauksessa turvauduttiin maavaraiseen suureen kiveen, joiden uskottiin pysyvän paikallaan routimisvaikutuksesta huolimatta. Keskusta-alueelle rakennettiin lisäksi kaksi pistettä rakennusten katoille, toinen pisteistä Nikkilän vesitorniin (EN1210) ja toinen Lukkarin koulun katolle (EN1208) (Kuva 15). Lisäksi verkkoon liitettiin neljä kunnan vanhaa pistettä (EN1202, EN1207, EN1214 ja EN1215) ja yksi Maanmittauslaitoksen piste (EN1203), jolla oli vain Kartastokoordinaattijärjestelmän mukaiset koordinaatit.



Kuva 16 Nikkilän perusrunkoverkon verkkopiirros ja sen Maanmittauslaitoksen mittaamat EUREF-FIN-lähtöpisteet.

Söderkullan perusrunkoverkko koostui 20 uudesta ja 5 valtakunnallisesta EUREF-FIN-pisteestä (Kuva 17). Söderkullan alueelle uudet peruspisteet rakennettiin avokallioille.

Verkkoon liitettiin yksi vanha sattumalta maastosta löydetty piste (ES1229), jonka sijainti oli hyvä verkon geometriaa ajatellen. Söderkullan alueella muutamassa tapauksessa pisteiden sijainti oli hieman syrjäinen, mutta kuitenkin ajoneuvolla saavutettavissa (ES1217).

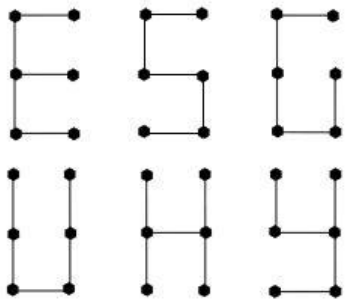


Kuva 17 Söderkullan perusrunkoverkon verkkopiirros ja sen Maanmittauslaitoksen ja Geodeettisen laitoksen mittaamat EUREF-FIN-lähtöpisteet.

Uudet peruspisteet saivat pistetunnuksiksi kuusimerkkisen kirjainnumeroyhdistelmän. Ensimmäinen merkki ”E” kuvasi pisteen olevan EUREF-FIN-piste, toinen merkki ”N” tai ”S” kuvasi pisteen sijaintialueen (Nikkilä tai Söderkulla), kolmas ja neljäs merkki kertoivat havaintovuoden 2012 ja viides ja kuudes merkki pisteen juoksevan numeron, esimerkiksi EN1201. Havainto- ja laskentatyössä pisteiden tunnuksina käytettiin niiden neljää viimeistä merkkiä. Valtakunnallisten EUREF-FIN-pisteiden tunnuksista valittiin myös nelinumeroinen osuus pisteen tunnukseksi havaintotyön ajaksi.

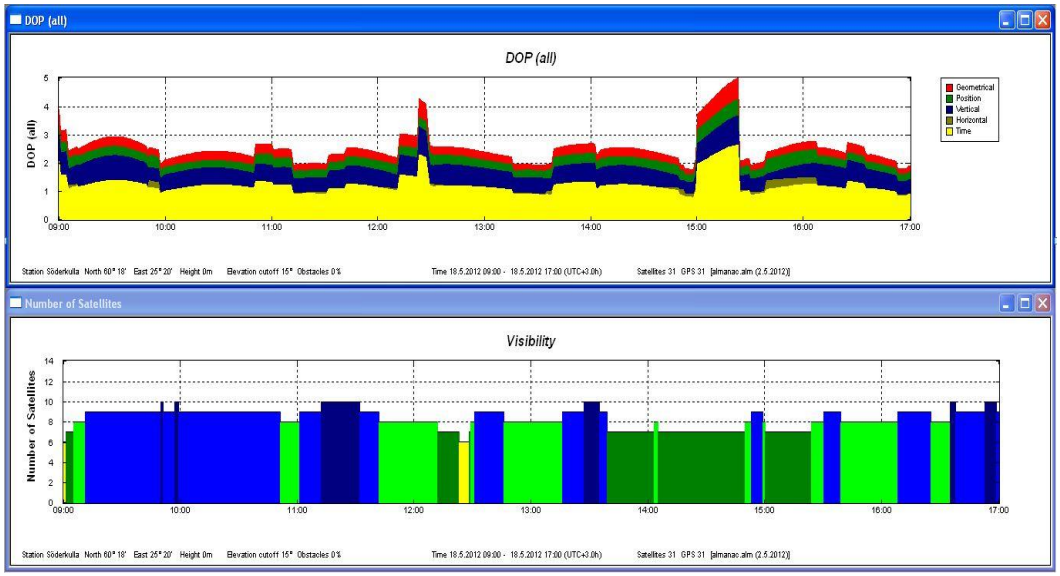
10.2.2 Peruspisteistön mittausten suunnittelu

Peruspisteistön mittaus suunniteltiin aiemmin esiteltyjen periaatteiden mukaisesti (Luku 8.3). Pisteistä muodostettiin sulkeutuvia kuvioita, kolmioita ja nelikulmioita, joiden kaikkia vektoreita ei mitattaisi samassa sessiossa. Silmukoiden suunnittelussa ja vastaanottimien siirtelyssä sessioiden välillä käytettiin ajatusta kuuden vastaanottimen siirtelystä. Tämä mahdollisti kahden osaston muodostamisen mittauskampanjassa käytetyistä 12 vastaanottimesta. Seuraavassa kuvassa esitellään vastaanottimien siirtokuviot kuudella vastaanottimella (Kuva 18).



Kuva 18 Etenemiskuviot käytettäessä kuutta vastaanotinta, jolloin vältytään sulkeutuvien silmukoiden muodostumiselta. (Lantmäteriverket 1996, s. 49)

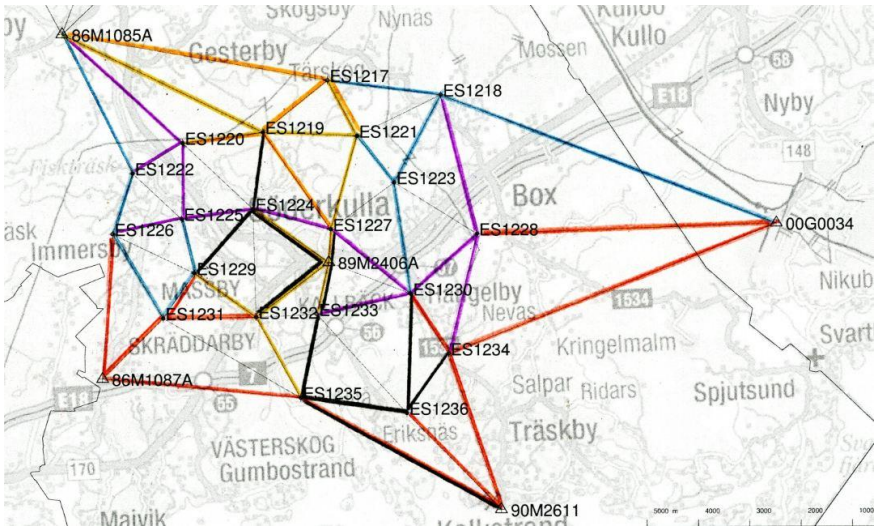
Suunnitellusta peruspisteistöstä (Kuva 16 ja Kuva 17), muodostettiin 93 vektoria käsittävä verkko. Verkon mittaukseen tarvittiin 10 sessiota, kun käytössä oli 12 vastaanotinta. Mittaussessioita suunniteltiin olevan kuuden päivän mittauskampanjassa kaksi joka päivä. Poikkeuksena tästä olivat ensimmäinen ja viimeinen päivä, joissa oli yksi sessio kummassakin. Mittaussessioiden aikaisten satelliittien lukumäärät ja DOP-luvut tutkittiin Trimble Planning -ohjelman avulla. Pistekohtainen taivasnäkyvyystarkastelu jätettiin tekemättä koettaessa se tarpeettomaksi, kun havaintopaikkojen taivasnäkyvyys oli maastokäynneillä todettu pääasiassa hyväksi. Taivasnäkyvyystarkastelu tehtiin Nikkilän ja Söderkullan keskustaalueilla. Näille paikoille laskettiin näkyvissä olevien satelliittien lukumäärät ja sen perusteella DOP-luvut 15 asteen katkaisukulmalla. Ohjelman tulosteista nähtiin sessioiden aikana olevan näkyvissä pääasiassa 7–10 GPS-satelliittia. Tulosteista todettiin DOP-lukujen pysyvän sessioiden aikana alle annetun ohjearvon (Kuva 19 ja Luku 8.3).



Kuva 19 Mahdollisesti havaittavien satelliittien lukumäärä ja niistä lasketut DOP-luvut Söderkullassa 18.5.2012 0900-1700 (UTC+3).

Pääasialliseksi kaikkien vastaanottimien yhteiseksi havaintoajaksi suunniteltiin 120 minuuttia. Kahdessa sessiossa havaintoaikaa päätettiin kasvattaa 180 minuuttiin, koska osalla niissä sessioissa mitattavista pisteistä arvioitiin taivasnäkyvyyden olevan hieman muita heikompi maastotutkimusten perusteella.

Havaintotyön etenemistä ja vastaanotinten siirtelyä havainnollistettiin värittämällä jokaisen mittaussession vektorit eri värillä (Kuva 20). Värityksellä voitiin helposti todeta kaikkien pisteiden tulleen mitatuksi mittauskampanjassa. Silmukoiden sulkeutuminen useammassa sessiossa ja useampaan kertaan mitattujen vektorien osuus oli myös helppo havaita väritysten perusteella. Väritysten avulla suunniteltiin myös kojeiden siirtely sessioiden välillä. Päivän molemmat sessiot pyrittiin yhdistämään siirtämällä vain kuutta vastaanotinta sessioiden välissä.



Kuva 20 Söderkullassa mitattavat vektorit ja sessiot havainnollistettu eri väreillä. (Ville Jussila)

Havaintotyön logistista suunnittelua hankaloitti oman ohjaajan ja ajoneuvon puuttuminen jokaiselta mittausryhmällä. Ajoneuvojen, ohjaajien ja oppilaiden lukumäärän vaihtelu eri mittauspäivinä asetti myös haasteita kaikkien sessioon suunniteltujen pisteiden havaitsemisessa. Logistisessa suunnittelussa käytettiin lähtökohtana ajatusta enintään kahden ryhmän liikkumisesta yhdessä ajoneuvossa. Toinen ryhmistä pysyisi samalla havaintopaikalla molemmissa sessiossa ja toinen vaihtaisi havaintopaikkaa sessioiden välillä, mikä vähentäisi ylimääräistä ajamista. Sessioiden väliin varattu kahden tunnin siirtymisaika olisi myös riittävä havaintotyön lopettamiseen, ajoneuvolle ja uudelle pisteelle siirtymiseen sekä kojeiden havaintokuntoon laittamiseen ja mittauksen aloittamiseen.

Jokaiselle ryhmälle laadittiin mittauskansio, joka sisälsi havaintolomakkeet, koko kampanjan aikataulun, sessiokohtaisen aikataulun, kampanjaan osallistujien yhteystiedot ja ohjeet laitteiden käyttöön ja havaintotyöhön. Mittauskansiosta löytyi lisäksi uusien ja valtakunnallisten pisteiden pistekortit, kartat jokaisessa sessiossa mitattavista pisteistä ja pisteiden likimääräiset koordinaatit KKJ2-koordinaatistossa. Havaintolomakkeeseen suunniteltiin kirjattavan antennikorkeus vinomittana pultista ennalta määrättyyn mittauspisteeseen antennissa ennen ja jälkeen havaintojen tekemisen. Lomakkeeseen kirjattaisiin myös antennin ja vastaanottimen sarjanumero, havaintotyön aloitus- ja lopetusaika, havaitsijat, havaintopaikka ja mikä sessio olisi kyseessä (Liite 5).

10.2.3 Peruspisteistön mittaus

36 uuden ylimmän luokan peruspisteen ja 9 EUREF-FIN-lähtöpisteen käsittävän verkon mittauksen su

orittivat Aalto-yliopiston Geodesian maastoharjoitukset -kurssin opiskelijat. Mittaukset suoritettiin arkipäivisin 16.5.–24.5.2012. Opiskelijoita oli mukana mittauksissa 23 henkilöä ja heistä muodostettiin yksitoista kahden henkilön ryhmää ja yksi yhden henkilön ryhmä. Aalto-yliopistosta harjoitukseen osallistui lisäksi ohjaajia viisi henkilöä ja Sipoon kunnasta kolme henkilöä. Mittaukset tehtiin kahdellatoista Leica GPS1200 -kaksitaajuusvastaanottimella ja Leica AX1202 -antennilla (Kuva 21). Laitteilla voitiin havaita GPS-järjestelmän molempia L1- ja L2-signaaleja. Mittausten tallennusväliksi asetettiin 15 sekuntia ja havaintojen katkaisukulmaksi 5 astetta. Valmistajan lupaama staattisen paikannuksen tarkkuus antenneille ja vastaanottimille oli

- dE: ± 3,0 mm + 0,5 ppm
- dN: ± 3,0 mm + 0,5 ppm
- dH: ± 6,0 mm + 0,5 ppm. (Leica Geosystems AG 2008, s. 11)

Päivän havaintotyön jälkeen havaintotiedostot kopioitiin vastaanottimen muistikorteilta tietokoneelle. Lisäksi havaintotiedostoista tehtiin varmuuskopiot. Binääriset havaintotiedostot muutettiin TecQ-ohjelmalla RINEX-formaattiin ja tallennettiin sessiokohtaisiin hakemistoihin. Havaintovektorit tarkastettiin päivittäin Trimble Total Control -ohjelmalla. Havaintovektorien RMS- ja Ratio-arvot tulkittiin visuaalisesti hyviksi. Havaintopaikalla täytetyt havaintolomakkeet myös tarkastettiin ja epäselvissä kohdissa pyydettiin havaitsijoilta täydentäviä tietoja mahdollisista karkeista virheistä antennien keskistyksessä. Havaintolomakkeisiin kirjatut vinoetäisyydet syötettiin vektorilaskentaohjelmaan ja päivän havainnot tasoitettiin vapaana verkkona. Karkeita virheitä sisältävät havainnot hylättiin ja niille laadittiin uusi mittaussuunnitelma mittauskampanjassa varattuun ylimääräiseen sessioon.

Kuva 21 Peruspisteen EN1203 mittausta Nikkilässä. (Ville Jussila)

Joissakin sessioissa pisteelle pystytetty koje oli siirtynyt keskistyksestä kovan tuulen vaikutuksesta ja yhdessä sessiossa antennin kiinnityspultti pakkokeskistysalustaan oli unohtunut yhdeltä mittausryhmältä. Edellä mainitut karkeat virheet aiheuttivat kyseessä olevien havaintojen hylkäämiseen. Lisäksi yhdestä sessiosta jäi kaksi pistettä havaitsematta, kun kahden vastaanottimen muistikortinlukijat vaurioituivat ja niitä ei voitu käyttää havaintotyössä. Vaurioituneet laitteet korvattiin kahdelle Topcon HiPer Pro -vastaanottimella ja antennilla, kunnes vastaanottimet oli korjattu. Havaintopaikat, joilla Topcon:n vastaanottimia oli käytetty, kirjattiin huolella ylös. Jälkilaskentaohjelmalle voitiin näin varmasti esitellä oikeat antennimallit oikeille havaintopaikoille.

Viimeisessä sessiossa torstai-iltapäivänä 24.5.2012 mitattiin pisteet, joissa karkeat virheet olivat tapahtuneet. Lisäksi kojeita sijoiteltiin muille pisteille suunniteltujen vektorien mittaamiseksi. Yhteensä sessioita mitattiin lopulta yksitoista kappaletta. Pääasiassa mittaukset onnistuivat hyvin, muutamaa karkeata virhettä lukuun ottamatta. Opiskelijoiden työpanos ja harjoituksenjohdon kyky hallita ryhmiä parani harjoituksen loppua kohden. Hyvin usein alkuperäistä logistista suunnitelmaa jouduttiin muokkaamaan, kun opiskelijoilla oli poissaoloja tenteistä ja sairastumisista johtuen. Aina ei myöskään saatu ennalta sovittua määrää ajoneuvoja liikkeelle, mikä aiheutti muutamassa sessiossa suunnitelmien muuttamista.

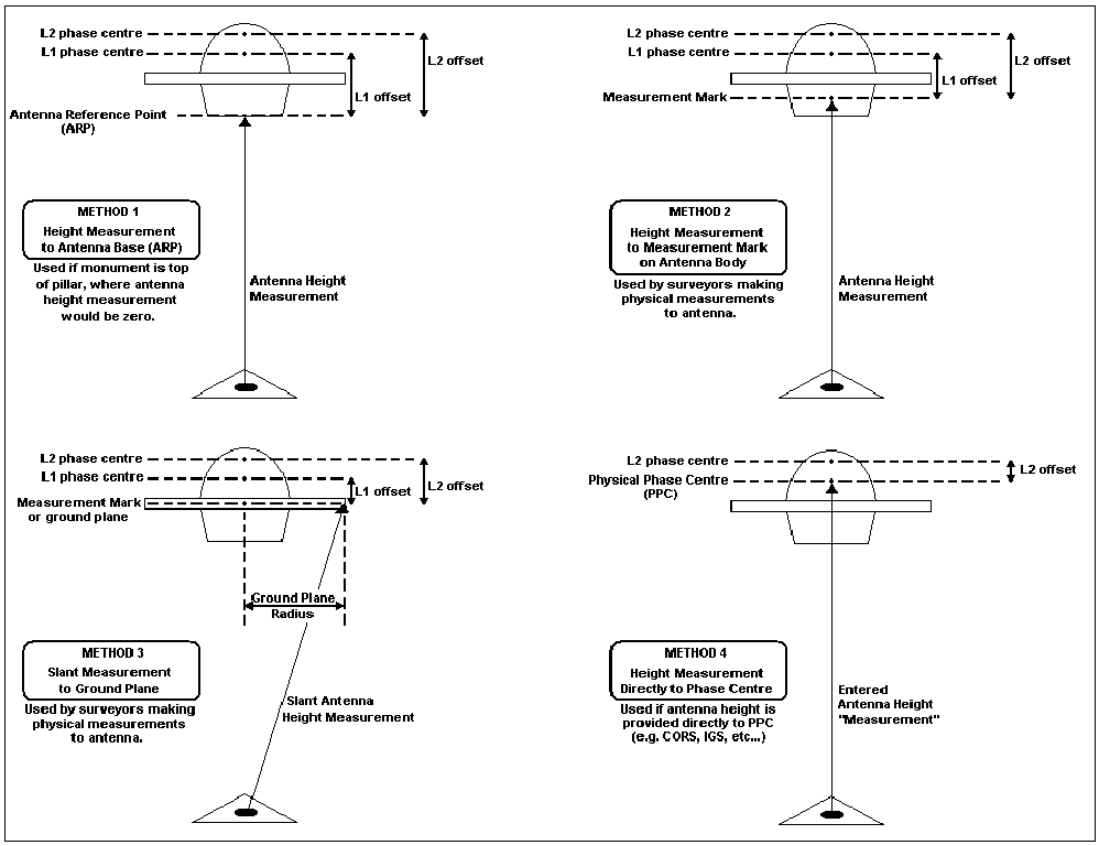
10.2.4 Peruspisteistön laskenta

Peruspisteistön laskenta suoritettiin kahdessa vaiheessa. Ensimmäisessä vaiheessa ratkaistiin havaintopaikkojen väliset vektorit mittauskampanjassa kerätystä havaintodatasta. Toisessa vaiheessa havaintovektoreiden avulla tehtiin verkkotasoitus havaintopaikkojen koordinaattien määrittämiseksi.

Havaintovektorit laskettiin kahdella eri vektorilaskentaohjelmalla, koska haluttiin tutkia ohjelmien ratkaisujen yhteensopivuutta. Verkkotasoitus tehtiin yhdellä GNSS-verkkotasoitusohjelmalla, jossa käytettiin samoja parametreja molempien havaintoverkkojen laskennassa.

10.2.4.1 Havaintovektoreiden laskenta

Havaintovektoreiden laskenta suoritettiin ensisijaisesti Waypoint® GrafNet -ohjelmalla. Vektorilaskentaohjelmaan ladattiin sessioittain vastaanottimista saadut raakahavainnot ilman RINEX-formaattimuunnosta. Havaintovektorit ratkaistiin niin sanotulla pultista pulttiin -periaatteella. Havaintopaikoille esiteltiin antennikorkeudet, joilla vektorit siirrettiin pulttien päihin antennien vaihekeskipisteistä. Käytetyn sekakaluston takia ja yhden pisteen sijaitessa mastossa (EN1208), tuli ohjelmalle esitellä antennimallien antennikorkeuden mittaustavaksi ”vinomittaus.” Tämä mittaustapa ei ollut antennimallien perusasetuksina, vaan se määriteltiin ohjelman antennien kalibrointitiedostoja editoimalla. Jos käytössä olisi ollut vain yhtä antennimallia ja kaikki havainnot olisi tehty kolmijalan päältä, olisi voitu käyttää vinomittoja suoraan pystysuorina antennikorkeuksina. Käytettyjen antennien säteen ja vinomitan suhde toisiinsa oli niin pieni, että niistä laskettu pystysuorakorkeus ei eronnut paljoa vinokorkeudesta. Mittaustavan esittelyssä annettiin antennin säde ja L1-vaihekeskipisteen etäisyys kohdasta, johon antennikorkeuden mittaus oli tehty (Kuva 22). Näillä arvoilla ohjelma laski antennin vaihekeskipisteen ja pultin välisen pystyetäisyyden.



Kuva 22 Vaihtoehtoiset mittaustavat antennikorkeuden määrittämiseksi. (NovAtel 2011, s. 215)

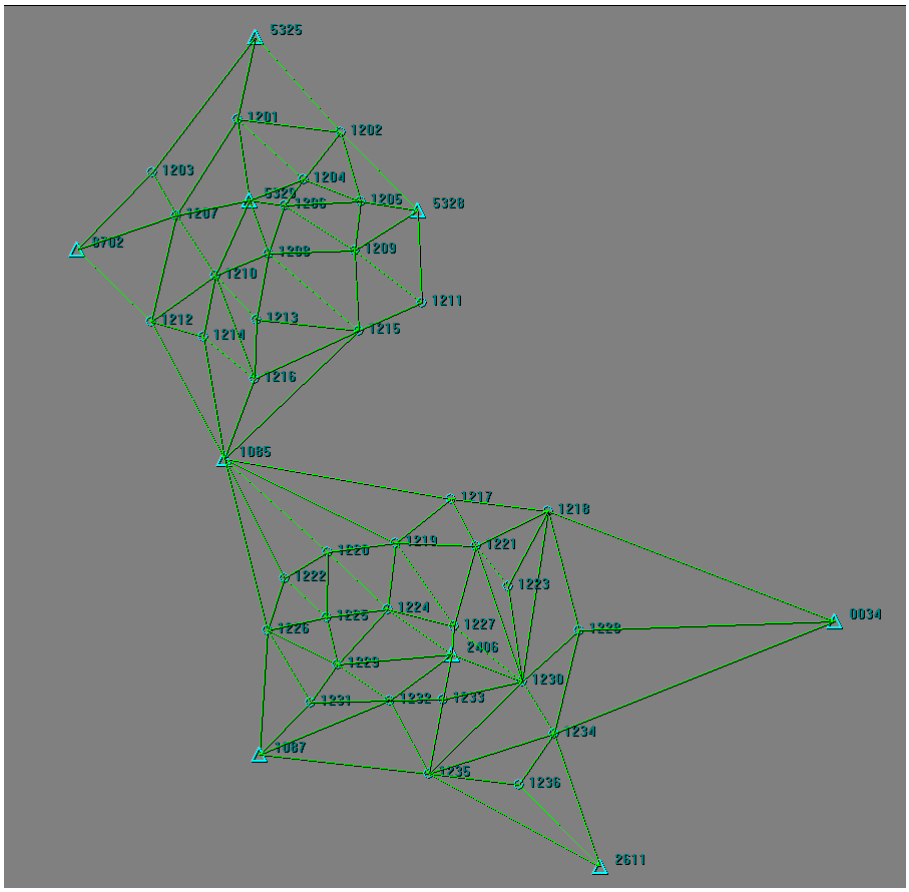
Vektorilaskentaohjelmassa jokaiselle havaintopaikalle esiteltiin oikea antennimalli, vastaanotin, antennikorkeus ja sen mittaustapa. Pääasiassa havaintotyössä käytettiin Leica AX1202 -antenneja kolmijaloilta, mutta kahden laitteen joutuessa epäkuntoon jouduttiin ne korvaamaan Topcon HiPer Pro -vastaanottimilla ja antenneilla. Vektorilaskentaohjelmasta ei löytynyt antennimallia Topcon HiPer Pro -antennille, joten sen sijasta käytettiin Topcon HiPer GD -antennimallia. Esitelty antennimalli vaikutti ainakin ulkoisesti samalta, kuin mittauksissa käytetty. Leica AX1202 -antennista oli olemassa kahta eri antennimallia: LEIAX1202 ja LEIAX1202A. Ulkoisesti antennit olivat samoja, mutta niiden vaihekeskipisteiden paikoissa oli alle 3 millimetrin eroja kaikissa epäkeskisyyskomponenteissa. LEIAX1202 valittiin käytettäväksi antennimalliksi.

Vektorilaskentaohjelmassa kolmijaloilta tehtyjen havaintojen antennikorkeuden mittaustavaksi asetettiin vinomittaus ja arvoksi mitattu antennikorkeus. Mastossa olevalle pisteelle (EN1208) antennikorkeudeksi asetettiin 0,0 metriä ja mittaustavaksi pystysuora etäisyys antennin referenssipisteeseen (ARP). Satelliittihavaintojen katkaisukulmaksi asetettiin 20 astetta ja troposfäärimalliksi esiteltiin Saastamoinen.

GrafNet-ohjelma laski havaintovektorit sekä eteenpäin että taaksepäin, esimerkiksi 0034–1218 ja 1218–0034, ja valitsi näistä tilastollisesti paremman ratkaisun pistevälin havaintovektoriksi. Paremman vektorin valinta perustui sen Ratio- ja RMS-arvoon (Luku 6.3.1). Havaintovektoreiden ratkettua muutettiin ne GrafNet-ohjelmassa XD-formaattiin verkkotasoitusohjelmaan lataamista varten.

10.2.4.2 Havaintoverkon tasoituksen parametrit

Vektorilaskentaohjelmalla saatujen havaintovektorien verkkotasoitus tehtiin Inpho Technology Oy:n Global XPositiong System -verkkotasoitusohjelmalla. Havaintovektoreista, triviaaleista ja ei-triviaaleista, muodostettiin laadittujen suunnitelmien mukaisesti sulkeutuvista silmukoista koostuvat havaintoverkot, muun muassa poistamalla turhia kolmioiden läpi kulkevia vektoreita (Kuva 20). Verkossa olevia nelikulmioita täydennettiin kolmioiksi, jotta verkon geometria saatiin vahvemmaksi (Kuva 23).



Kuva 23 Havaintovektoreista muodostettu kolmioverkko. Ainoa poikkeus kolmioverkosta on yksi nelikulmio Nikkilän länsipuolella.

Sulkeutuvien silmukoiden suhteellisen sulkuvirheen (Luku 7.4.1) varoitusrajaksi asetettiin 5 ppm, huonojen vektoreiden poistamiseksi. GrafNet-ohjelman aineistosta ei poistettu vektoreita sulkuvirhetarkastelun perusteella.

Vapaan verkon tasoituksen painotuksessa oli kaksi vaihtoehtoa: empiiriset arvot eli laitevalmistajan ilmoittamat tarkkuusluvut tai vektorilaskennasta saatu havaintovektorien kovarianssimatriisi (Luku 7.3.1.1). Laitevalmistajan ilmoittamia arvoja ei voitu käyttää suoraan, koska mittaukset tehtiin kahden eri laitevalmistajan laitteilla. Näitä tarkkuusarvoja käytettiin alkuarvoina, joita muokattiin lopullisiksi arvoiksi tasoituksen edetessä. Havaintovektorien kovarianssimatriiseja olisi voitu käyttää havaintojen keskivirheinä, mutta tasoituksessa päädyttiin käyttämään empiiristä painotusta ENH-avaruudessa. Empiiriset arvot oli aikaisemmissa GNSS-verkon laskennoissa todettu toimiviksi. Tasoitukseen sisällytettiin vektorikomponenttien väliset korrelaatiot/kovarianssit havaintovektorien kovarianssimatriiseista.

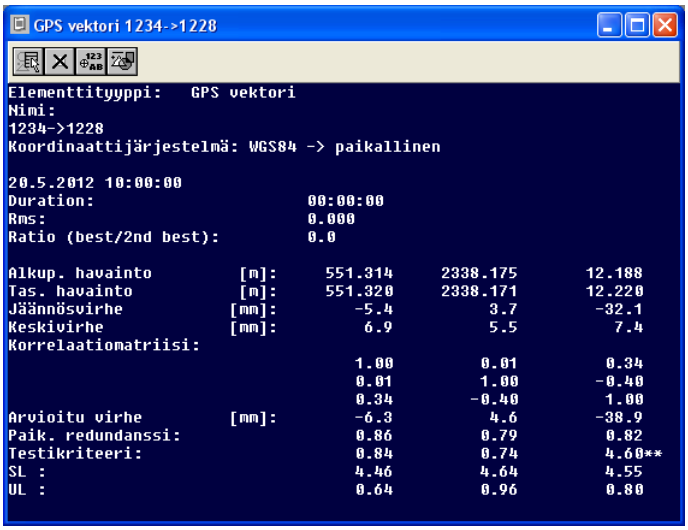
Vektorihavaintojen keskivirheet esiteltiin ENH-avaruudessa. Vapaan verkon tasoituksessa vektorikomponenttien keskivirheiksi asetettiin arvot

– dE: ± 5,0 mm + 0,5 ppm
– dN: ± 5,0 mm + 0,5 ppm
– dH: ± 6,0 mm + 0,6 ppm.

Tilastollisten analyysien virherajaksi α asetettiin 0,1 % ja varoitusrajaksi 5 %. Lopullisiin empiirisiin keskivirheisiin päädyttiin suorittamalla tasoitus muutaman kerran ja toteamalla niiden vaikutus á posteriori painoyksikön keskivirheeseen. Painotukseen valittuihin keskivirheisiin sisältyivät myös antennien keskistysvirheiden vaikutus sekä satelliittijärjestelmästä johtuva päivittäisen mittaustarkkuuden vaihtelu.

10.2.4.3 Vapaan verkon tasoitus

Vapaan verkon tasoitus suoritettiin annetuilla painoilla aitona vapaana verkkona (Luku 7.4.1), jolloin virhe-ellipsit laskettiin verkon painopisteen suhteen. Karkeita virheitä sisältävien vektorien poistoon tarvittiin kolme tasoituskierrosta. Tasoitusten välissä suurimman karkean virheen sisältänyt vektori poistettiin ja tasoitus suoritettiin uudelleen (Kuva 24). Aineistosta poistettiin 20.5.2012 klo 10:00 havaitut vektorit 1234–1228 ja 1228–1230. Näille pisteväleille jäi vielä kaksi muissa sessioissa havaittua vektoria. Kolmannen tasoituksen jälkeen vapaa verkko todettiin vapaaksi karkeista virheistä. Karkeat virheet paljastuivat havaintojen redundanssien ja jäännösvirheiden avulla muodostetuilla arvioiduilla virheillä (Luku 7.3.2 ja Kuva 24).

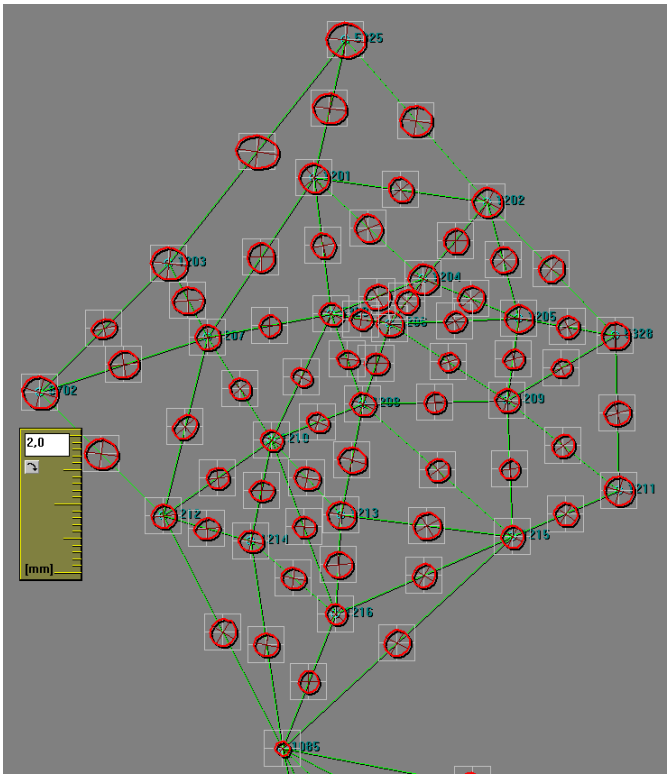


```
GPS vektori 1234->1228

Elementtityyppi:   GPS vektori
Nimi:
1234->1228
Koordinaattijärjestelmä: WGS84 -> paikallinen

20.5.2012 10:00:00
Duration:                        00:00:00
Rms:                             0.000
Ratio (best/2nd best):           0.0

Alkup. havainto        [m]:     551.314     2338.175       12.188
Tas. havainto          [m]:     551.320     2338.171       12.220
Jäännösvirhe          [mm]:        -5.4          3.7        -32.1
Keskivirhe            [mm]:         6.9          5.5          7.4
Korrelaatiomatriisi:
                                    1.00         0.01         0.34
                                    0.01         1.00        -0.40
                                    0.34        -0.40         1.00
Arvioitu virhe        [mm]:        -6.3          4.6        -38.9
Paik. redundanssi:                 0.86         0.79         0.82
Testikriteeri:                     0.84         0.74         4.60**
SL :                               4.46         4.64         4.55
UL :                               0.64         0.96         0.80
```

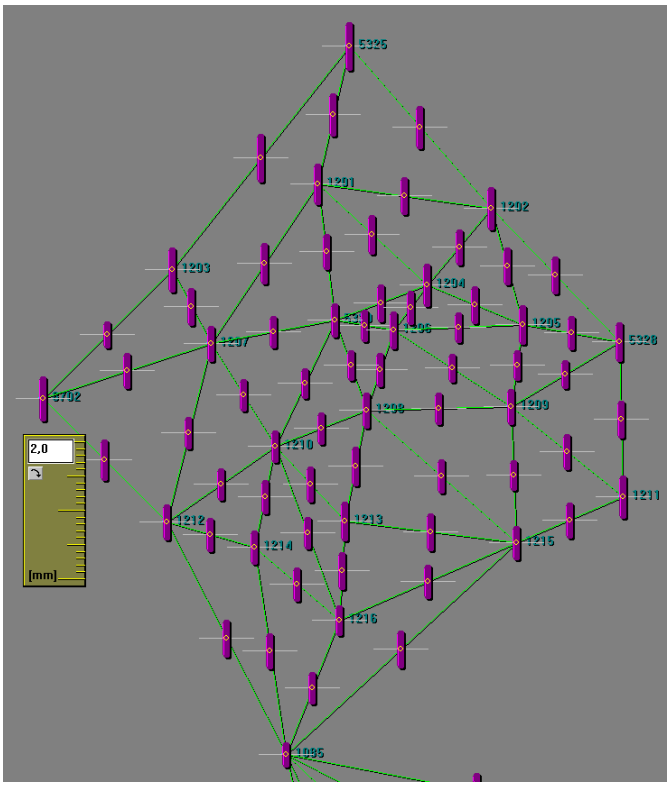
Kuva 24 Vektorin 1234–1228 dH-komponentti on osoitettu virheelliseksi (**). Havaintojen suuren redundanssiluvun ansiosta arvioidut virheet ja jäännösvirheet ovat lähellä toisiaan, mikä on merkki korkeasta luotettavuudesta.

Vapaan verkon tasoituksen painoyksikön keskivirheeksi á posteriori saatiin 0,7. Painoyksikön keskivirheen ollessa noin yksi voitiin todeta havaintojen painotuksen olevan oikein ja verkon olevan vapaa karkeista virheistä (Luku 7.3.1.2). Vapaan verkon tasoituksen kokonaisredundanssiksi saatiin 489 ja keskimäärin havainnolle se oli 0,79. Vektoreita verkossa oli poistettujen jälkeen 207 kappaletta ja koordinaattituntemattomia 135 kappaletta, eli 45 pistettä.

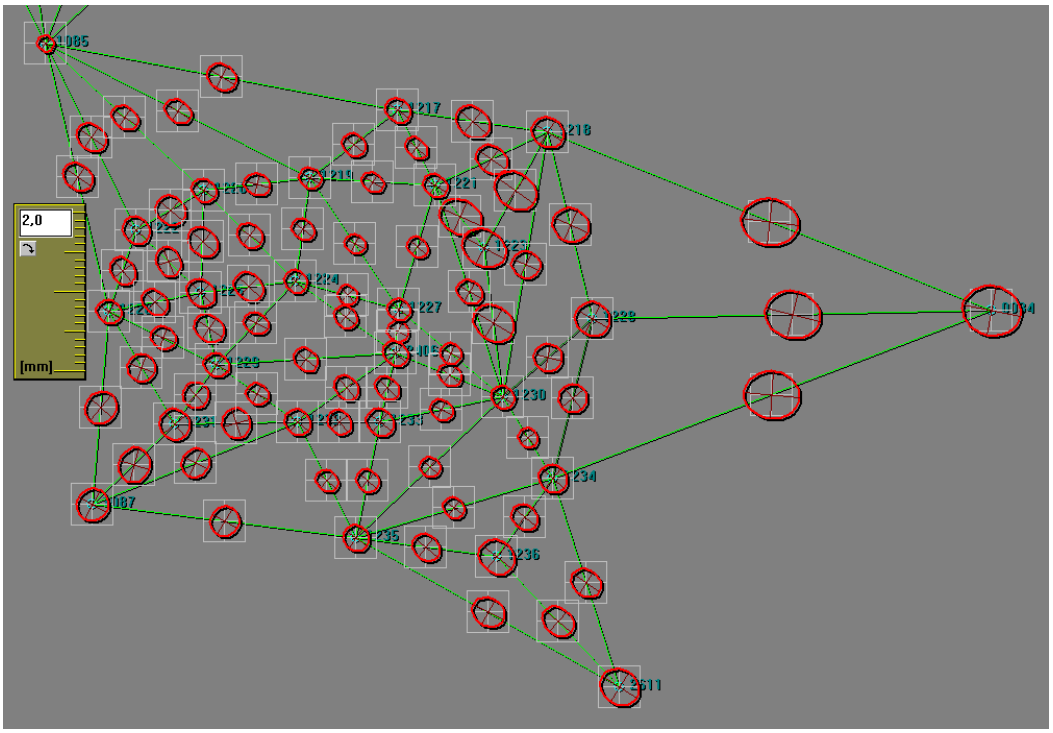
Vapaan verkon tasoitusta ja sisäistä tarkkuutta voitiin havainnollistaa pisteiden virhe-ellipseinä ja korkeuskeskivirheinä ja havaintovektorien suhteellisina virhe-ellipseinä ja suhteellisina korkeuskeskivirheinä (Kuva 25–Kuva 28).



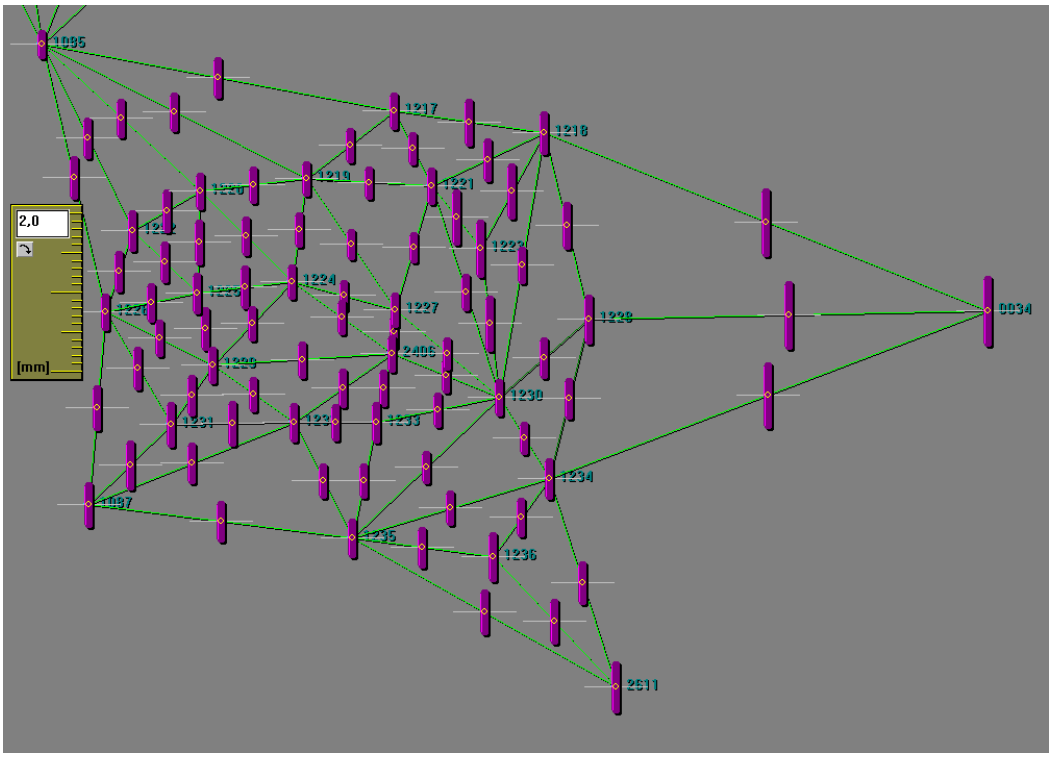
Kuva 25 Vapaan verkon tasoituksena saadut pisteiden virhe-ellipsit ja havaintovektorien suhteelliset virhe-ellipsit Nikkilän havaintoverkossa. Mittatikusta nähdään virhe-ellipsien maksimiakselin pituuden olevan keskimäärin 5 millimetriä 39,3 %:n todennäköisyydellä.



Kuva 26 Vapaan verkon tasoituksena saadut pisteiden korkeuskeskivirheet ja havaintovektorien suhteelliset korkeuskeskivirheet Nikkilän havaintoverkossa. Mittatikusta nähdään korkeuskeskivirheiden olevan keskimäärin ± 4 millimetriä 68,3 %:n todennäköisyydellä.



Kuva 27 Vapaan verkon tasoituksena saadut pisteiden virhe-ellipsit ja havaintovektorien suhteelliset virhe-ellipsit Söderkullan havaintoverkossa. Mittatikusta nähdään virhe-ellipsien maksimiakselin pituuden olevan keskimäärin 5 millimetriä 39,3 %:n todennäköisyydellä.



Kuva 28 Vapaan verkon tasoituksena saadut pisteiden korkeuskeskivirheet ja havaintovektorien suhteelliset korkeuskeskivirheet Söderkullan havaintoverkossa. Mittatikusta nähdään korkeuskeskivirheiden olevan keskimäärin ± 4 millimetriä 68,3 %:n todennäköisyydellä.

Vapaan verkon tasoituksen tuloslistauksesta saatiin kuva vapaan verkon tarkkuudesta. Vektorien tasoitetut keskivirheet olivat välillä 2,4–5,7 millimetriä. Vektorien suurimmat jäännösvirheet olivat välillä 7,1–20,8 millimetriä ja suurimmat standardoidut jäännösvirheet välillä 1,78–3,13. Tasoituksesta saatujen virhe-ellipsien ja korkeuskeskivirheiden avulla todettiin havaintovektorien homogeenisuus. Suhteelliset virhe-ellipsit ja korkeusvirheet pysyivät koko verkon alueella lähes samansuuruisina (Kuva 25–Kuva 28).

Suurimmat jäännösvirheet ja standardoidut jäännösvirheet jäivät varsin isoiksi. Verkkotasoitusohjelma kuitenkin luokitteli ne vain varoitusalueella oleviksi, eikä varsinaisiksi karkeiksi virheiksi. Vapaan verkon tasoituksen jälkeen aineistoon ei jäänyt karkeita virheitä.

Vapaan verkon havaintovektorien suhteellinen tarkkuus vaihteli välillä 0,5–4,5 ppm, keskiarvon ollessa 1,2 ppm. Koordinaattien keskimääräinen koordinaattikeskivirhe oli 3,7 millimetriä ja ne vaihtelivat välillä 2,2–6,5 millimetriä. Suhteellisen tarkkuuden tunnuslukujen avulla todettiin vektorien pituuksien ja keskivirheiden suhteiden olevan varsin hyvät (Liite 6).

Vapaan verkon tunnuslukujen perusteella todettiin verkon olevan vapaa karkeista virheistä ja havaintojen olevan keskenään homogeeniset. Kytketyn verkon sisäiseksi tarkkuudeksi voitiin näin siirtää vapaan verkon tarkkuus.

10.2.4.4 Kytketyn verkon tasoitus

Kytketyn verkon laskennassa yhdeksälle Maanmittauslaitoksen ja Geodeettisen laitoksen mittaamalle valtakunnalliselle EUREF-FIN-pisteelle syötettiin järjestelmän mukaiset geo-

deettiset koordinaatit. Koordinaatit saatiin pisteinventoinnilla Karttapaikka.fi-palvelusta (Taulukko 5). Nämä pisteet muodostivat verkon lähtöpisteet eli koordinaattihavainnot.

Kytketyn verkon tasoituksessa lähtöpisteet asetettiin kiinteiksi määrittämällä niiden keskivirheiksi 0,0 millimetriä. Tasoituksen jälkeen painoyksikön keskivirhe nousi muutaman desimaalin vapaan verkon tasoituksen painoyksikön keskivirheeseen verrattuna. Painoyksikön keskivirheen nousu oli merkki mahdollisista karkeista virheistä verkossa. Vektoriverkko oli vapaan verkon tasoituksessa tulkittu vapaaksi karkeista virheistä. Tästä pääteltiin lähtöpisteiden keskinäisen sijoittumisen olevan hieman deformoitunut (Luku 3.3). Pisteiden erilaisen pistehierarkian todettiin myös vaikuttavan vektoriverkon sopimiseen lähtöpisteisiin nähden (Taulukko 5). Mittauskampanjassa tehdyt antennien keskistyksen epätarkkuudet ja päivittäinen mittaustarkkuuden vaihtelu saattoivat aiheuttaa myös pientä deformaatiota vektoriverkon ja lähtöpisteiden keskinäiseen sijoittumiseen.

Lähtöpisteiden keskivirheiksi asetettiin ± 5,0 millimetriä (XYZ). Tämä on oikea menettely, sillä geodeettiset runkopisteet eivät ole virheettömiä, vaikka verkkohierarkian mukaisesti niin ajatellaankin. Lähtöpisteiden painotuksella niistä muodostui koordinaattihavaintoja. Tasoitus painotetuin lähtöpistein on myös tulevien verkkotasoitusohjeiden mukainen. (JHS luonnos, 2012) Jos lähtöpisteitä olisi käytetty virheettöminä kiintopisteinä, olisi niissä olleet virheet pakotettu lähtöpisteitä lähellä oleville uusille pisteille.

Taulukko 5 Lähtöpisteiden geodeettiset koordinaatit ETRS89-koordinaattijärjestelmässä ja niiden ominaisuudet

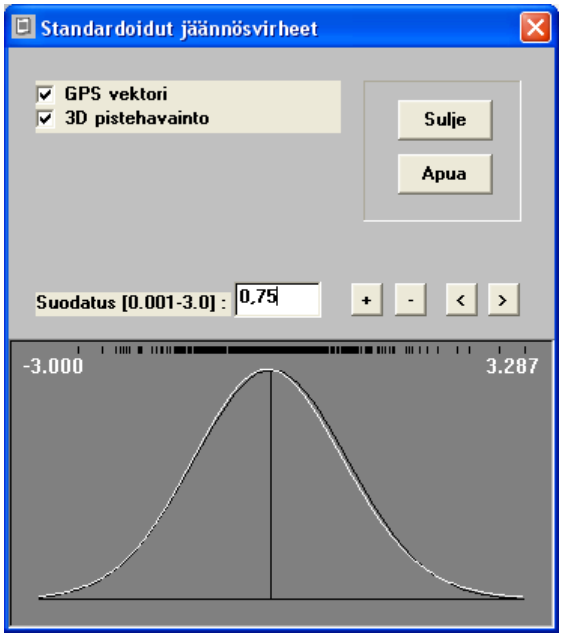
Pnro	Latitudi, φ	Longitudi, λ	ell.kork, h	GNSS-sopivuus	Lk.
86M1085A	60°20’15.61380	25°14’28.32211	42.311	Hyvä	3
86M1087A	60°16’38.31367	25°15’11.28276	63.091	Hyvä	3
87M8702B	60°22’51.32000	25°10’55.55236	57.984	Hyvä	2
89M2406A	60°17’48.85464	25°19’59.69740	30.486	Erinomainen	3
90M2611	60°15’11.09035	25°23’31.25773	19.143	Hyvä	1
90M5325	60°25’24.85381	25°15’25.71086	46.702	Erinomainen	3
90M5328	60°23’15.33574	25°19’22.45872	46.561	Erinomainen	3
90M5329	60°23’25.11596	25°15’12.76710	50.674	Erinomainen	3
00G0034	60°18’07.13302	25°29’26.98640	65.541	Erinomainen	2

Kytketyn verkon tasoituksen painoyksikön keskivirheeksi á posteriori saatiin 0,8. Koordinaattien painoyksikön keskivirhe oli 1,2. Vektorien painoyksikön keskivirheet pysyivät samoina kuin vapaassa verkossa. Annetun painotuksen ja koordinaattihavaintojen arvioitujen keskivirheiden perusteella painoyksikön keskivirhe oli lähellä á priori -arvoa, eli yhtä. Painoyksikön á posteriori keskivirheestä voitiin todeta aineiston olevan vapaa karkeista virheistä, tasoituksen painotuksena olevan lähellä havaintojen tarkkuutta ja lähtöpisteille esiteltyjen keskivirheiden olevan todenmukaiset.

Kytketyn verkon kokonaisredundanssi oli 513 ja keskimääräinen redundanssi havaintoa kohden oli 0,79. Keskimääräisen redundanssin avulla saatiin kuva verkon luotettavuudesta, kun keskimäärin noin 80 % karkeasta virheestä näkyi lasketusta residuaalista (Luku 7.3.2).

Kytketyn verkon tasoituksen tuloslistauksen avulla todettiin kytketyn verkon tarkkuus ja luotettavuus. Havaintovektorien tasoitettu keskivirhe muuttui hieman vapaan verkon tasoi-

tuksesta, samoin jäännösvirheet ja standardoidut jäännösvirheet. Suurimmat standardoidut jäännösvirheet vektorikomponenteittain olivat välillä 1,83–3,29, mitkä olivat varsin suuria arvoja. Verkkotasoitusohjelma ei kuitenkaan luokitellut niitä karkeiksi virheiksi vaan vain varoitusalueella oleviksi. Ohjelmasta saatiin kuvaaja, josta voitiin arvioida jäännösvirheiden normaalijakautuneisuutta Gaussin kellokäyrän mukaisesti (Kuva 29).



Kuva 29 Tasoituksen jäännösvirheet ovat normaalijakautuneita, jolloin niitä voidaan käsitellä tilastollisesti oikein. Musta käyrä on ideaali normaalijakauma ja valkoinen aineistosta muodostettu.

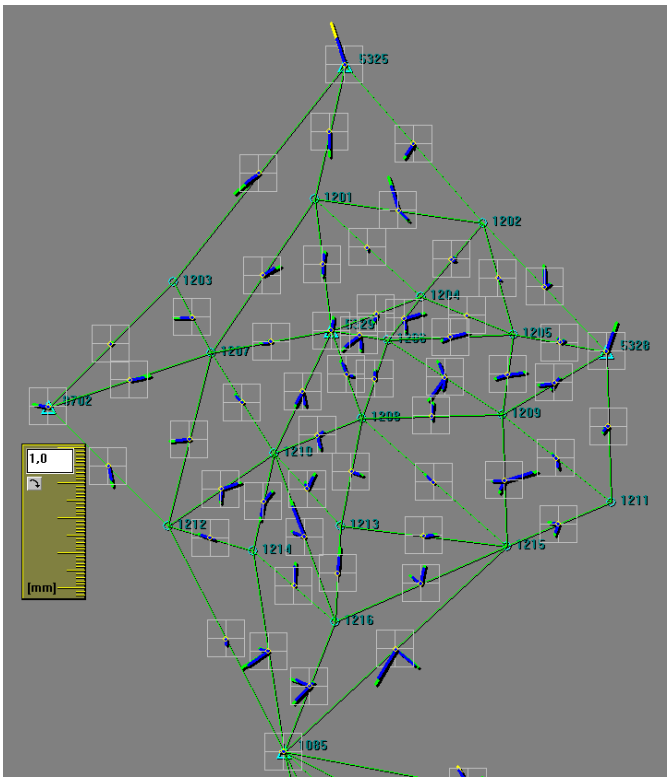
Koordinaattihavaintojen tasoitetut keskivirheet olivat välillä 4,0–5,8 millimetriä, eli niille esitetyt keskivirheet olivat hyvin kohdillaan. Koordinaattihavaintojen suurimmat jäännösvirheet olivat välillä 8,0–10,4 millimetriä. Suurimmat standardoidut jäännösvirheet olivat välillä 2,03–2,48 ja ohjelma luokitteli ne vain riskirajoilla oleviksi eikä todellisiksi karkeiksi virheiksi. Esitellyistä tunnusluvuista voitiin päätellä lähtöpisteiden deformoituminen toisiinsa nähden (Kuva 30–Kuva 33).

Kytketyn verkon havaintovektorin suhteellinen tarkkuus vaihteli välillä 0,4–4,7 ppm, keskiarvon ollessa 1,2 ppm. Arvot alittivat kunnan peruspisteille annetut tarkkuusvaatimukset, ≤ 20 ppm (Luku 8.1.4).

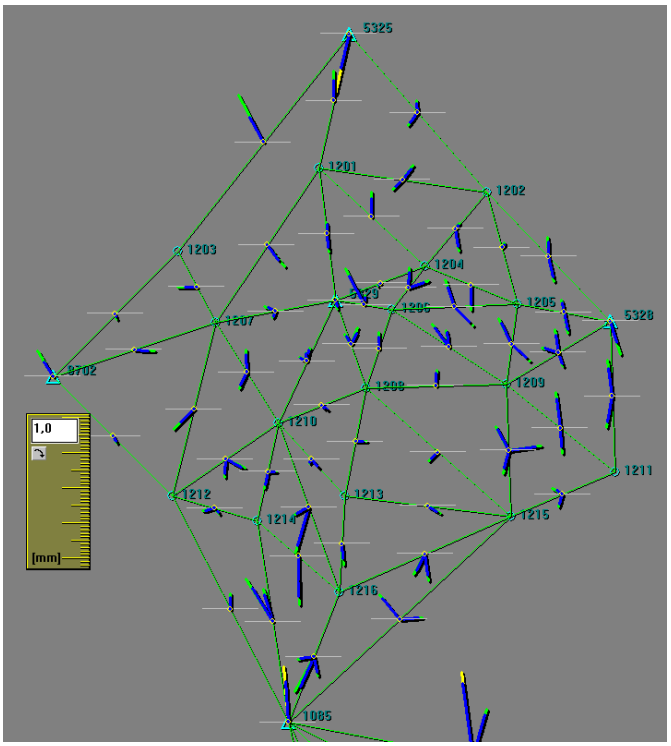
Koordinaattien keskimääräisiksi keskivirheiksi saatiin

- E: ± 2,4 mm
- N: ± 2,3 mm
- H: ± 2,5 mm.

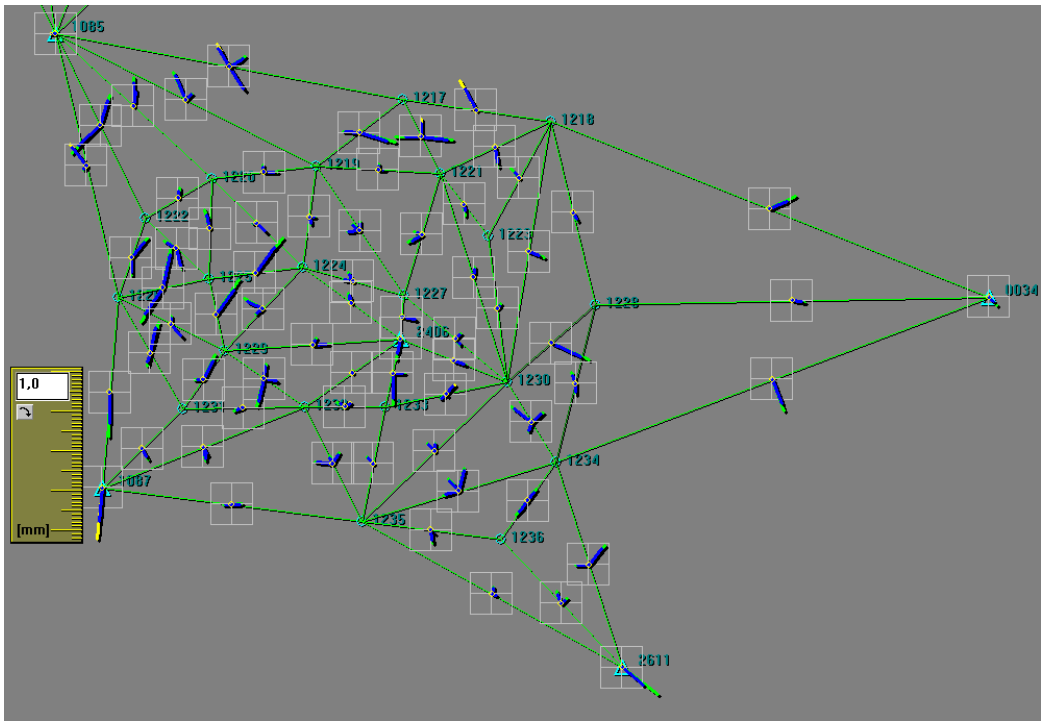
Keskimääräiset keskivirheet vaihtelivat välillä 1,8–3,7 millimetriä koordinaattikomponentista riippuen (Liite 7). Keskivirheet pyöristettiin ylöspäin ja saatiin uusien peruspisteiden keskimääräisiksi keskivirheiksi ± 3 millimetriä, mikä oli erittäin hyvä tulos.



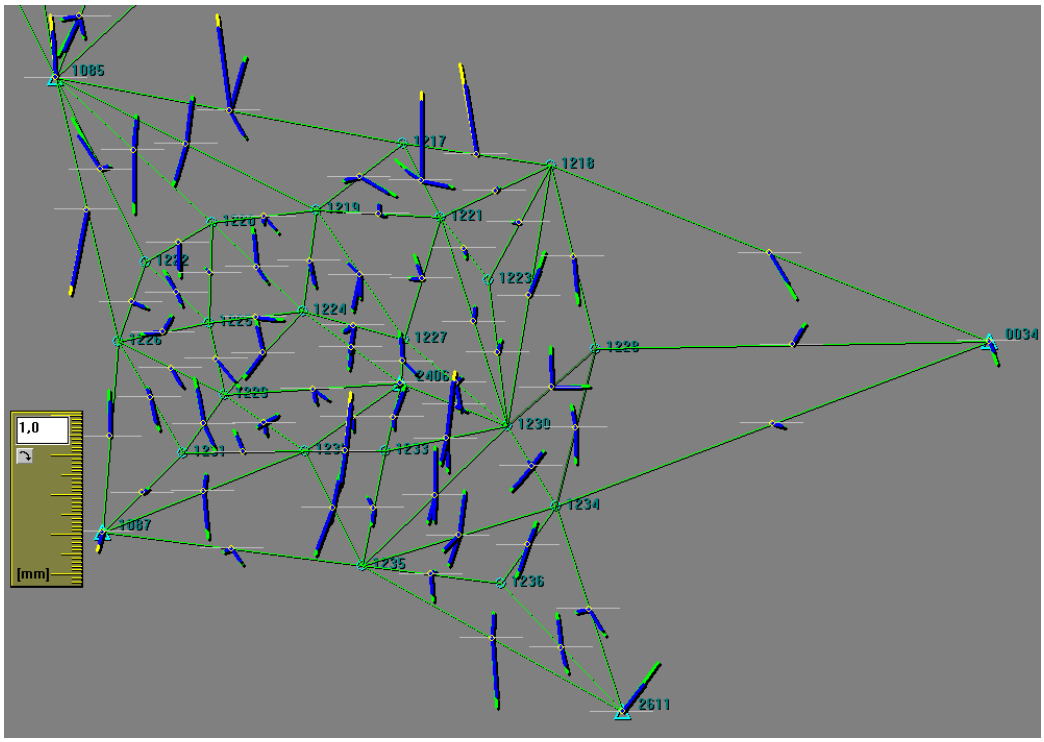
Kuva 30 Tasoitettujen havaintojen tasojäännösvirheet kytketyn verkon laskennan jälkeen (sininen) ja arvioidut virheet (vihreä tai keltainen) päällekkäin esitettyinä Nikkilän havaintoverkossa paikallisessa koordinaatistossa. Mittatikusta nähdään tasojäännösvirheiden pysyvän alle 20 millimetrissä.



Kuva 31 Tasoitettujen havaintojen korkeusjäännösvirheet kytketyn verkon laskennan jälkeen (sininen) ja arvioidut virheet (vihreä tai keltainen) päällekkäin esitettyinä Nikkilän havaintoverkossa NH-tasossa, H-koordinaatti osoittaa kohti kuvan yläreunaa. Mittatikusta nähdään korkeusjäännösvirheiden pysyvän alle 20 millimetrissä.



Kuva 32 Tasoitettujen havaintojen tasojäännösvirheet kytketyn verkon laskennan jälkeen (sininen) ja arvioidut virheet (vihreä tai keltainen) päällekkäin esitettyinä Söderkullan havaintoverkossa paikallisessa koordinaatistossa. Mittatikusta nähdään tasojäännösvirheiden pysyvän alle 20 millimetrissä.



Kuva 33 Tasoitettujen havaintojen korkeusjäännösvirheet kytketyn verkon laskennan jälkeen (sininen) ja arvioidut virheet (vihreä tai keltainen) päällekkäin esitettyinä Söderkullan havaintoverkossa NH-tasossa, H-koordinaatti osoittaa kohti kuvan yläreunaa. Mittatikusta nähdään korkeusjäännösvirheiden pysyvän alle 25 millimetrissä.

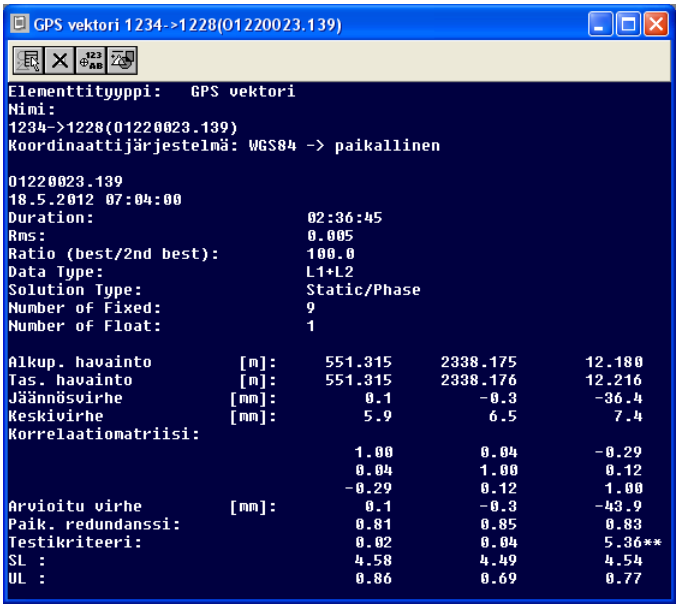
10.2.4.5 Vertailuaineiston laskenta Trimble Total Control -ohjelmalla

Vektoreiden laskenta suoritettiin myös Trimble Total Control -ohjelmalla, eri vektorilaskentaohjelmistojen tulosten vertailemiseksi. Ohjelmalle esiteltiin antennimallit, antennikorkeuden mittaustavat ja antennikorkeudet samalla tavalla kuin GrafNet-ohjelmassa. Satelliittihavaintojen katkaisukulmaksi asetettiin sama 20 astetta horisontin yläpuolella ja troposfäärimalliksi esiteltiin Saastamoinen.

Trimble Total Control -ohjelma ei tehnyt eteen ja taaksepäin laskentojen vertailua vektoreiden laskennassa, vaan antoi vain toisen ratkaisuista tulokseksi. Ohjelma esitteli havaintovektoreista myös Ratio- ja RMS-arvon, joilla todettiin vektorilaskennan onnistuminen. Havaintovektorit muutettiin Trimble Total Control -ohjelmassa Ashtech:n o-formaattiin vektorilaskentaohjelmaan lataamista varten.

Lasketuista havaintovektoreista muodostettiin samanlainen sulkeutuvista silmukoista koostuva verkko kuin GrafNet-ohjelman aineistosta, jotta tulokset olisivat vertailukelpoisia (Kuva 23). Sulkuvirhetarkastelulle esiteltyjen kynnysarvojen perusteella ei Trimble Total Control -ohjelmalla laskettuja vektoreita tarvinnut poistaa aineistosta.

Vertailuaineiston vapaan verkon laskenta suoritettiin samoilla parametreilla kuin varsinaisen aineiston tasoitus (Luku 10.2.4.3). Tasoituksesta poistettiin karkeat virheet sisältävät 20.5.2012 klo 10:00 havaitut vektorit 1234–1228 ja 1230–1228 (Kuva 34). Vektorit poistettiin yksitellen ja niiden välillä suoritettiin tasoitus uudelleen. Näiden kahden vektorin poistamisen jälkeen ei vapaassa verkossa esiintynyt karkeita virheitä.



```
GPS vektori 1234->1228(01220023.139)

Elementtityyppi:   GPS vektori
Nimi:
1234->1228(01220023.139)
Koordinaattijärjestelmä: WGS84 -> paikallinen

01220023.139
18.5.2012 07:04:00
Duration:                        02:36:45
Rms:                             0.005
Ratio (best/2nd best):           100.0
Data Type:                       L1+L2
Solution Type:                   Static/Phase
Number of Fixed:                 9
Number of Float:                 1

Alkup. havainto        [m]:     551.315     2338.175       12.180
Tas. havainto          [m]:     551.315     2338.176       12.216
Jäännösvirhe          [mm]:       0.1         -0.3         -36.4
Keskivirhe            [mm]:       5.9          6.5           7.4
Korrelaatiomatriisi:
                                 1.00         0.04         -0.29
                                 0.04         1.00          0.12
                                -0.29         0.12          1.00
Arvioitu virhe        [mm]:       0.1         -0.3         -43.9
Paik. redundanssi:               0.81         0.85          0.83
Testikriteeri:                   0.02         0.04         5.36**
SL :                             4.58         4.49          4.54
UL :                             0.86         0.69          0.77
```

Kuva 34 Karkean virheen sisältävä vektori 1234–1228. Arvioidut virheet paljastavat karkean virheen korkeushavainnossa.

Koordinaattituntemattomia laskennassa oli yhteensä 135 kappaletta ja vektoreita 209 kappaletta, eli havaintoja oli 627 kappaletta. Vapaan verkon kokonaisredundanssiksi saatiin 495 ja keskimäärin havaintoa kohden se oli 0,79. Vapaan verkon tasoituksen tunnusluvut

esitellään seuraavassa taulukossa (Taulukko 6). Arvot poikkesivat vain hieman GrafNet-aineistolle lasketusta vapaasta verkosta (Luku 10.2.4.3).

Taulukko 6 Trimble Total Control -ohjelmalla lasketun vapaan verkon tunnusluvut. Luvut poikkeavat hieman GrafNet-ohjelmalla saaduista arvoista.

Koordinaattien keskimääräinen tarkkuus ja homogeenisuus [mm]				
		max	min	
E	± 1,8	3,2	1,1	
N	± 1,8	3,1	1,0	
H	± 2,1	3,7	1,2	
Pistevirhe	± 3,3	5,8	1,9	
Havaintovektorien tunnusluvut				
	mX	mY	mZ	mXYZ
Tasoitettu keskivirhe [mm]	± 3,5	± 2,6	± 4,5	± 6,2
Arvioitu varianssikomponentti	0,60	0,49	0,71	0,59
Suurin jäännösvirhe [mm]	20,3	12,8	13,7	25,4
Suurin standardoitu jäännösvirhe	2,65*	1,92	1,67	2,03*
Suhteellinen tarkkuus [ppm]				
	k.arvo	huonoin	paras	
X	0,6	2,3	0,2	
Y	0,6	2,0	0,2	
Z	0,7	2,5	0,3	
Pistevirhe	1,1	4,0	0,4	

Vapaan verkon painoyksikön á posteriori keskivirheeksi saatiin 0,6. Á posteriori keskivirheen ollessa lähellä tai alle á priori keskivirhettä, voitiin todeta havaintojen olevan homogeenisia, vapaita karkeista virheistä ja niiden painotuksen vastaavan hyvin todellista mittaustarkkuutta.

Vapaa verkko kiinnitettiin valituilla lähtöpisteillä ETRS89-koordinaattijärjestelmään kuten aikaisemminkin (Luku 10.2.4.4). Lähtöpisteiden koordinaattien ajateltiin olevan virheettömiä ja niiden keskivirheiksi asetettiin 0,0 millimetriä. Á posteriori painoyksikön keskivirhe sai arvon 0,7, mikä oli hieman suurempi kuin vapaan verkon arvo (Taulukko 6). Verkon kokonaisredundanssi nousi hieman vapaan verkon tasoituksesta ja sai arvon 519 ja keskimäärin havaintoa kohden oli se 0,83.

Lähtöpisteille annettiin keskivirheiksi ± 5,0 millimetriä (XYZ), kuten oli tehty GrafNet-aineiston tapauksessakin ja tuloksena saatiin karkeista virheistä vapaa kytketty verkko. Kytketyn verkon kokonaisredundanssi oli 519 ja keskimäärin havaintoa kohden oli se 0,79. Kytketyn verkon painoyksikön keskivirheeksi á posteriori saatiin 0,6. Koordinaattien painoyksikön keskivirhe oli 1,2 ja vektoreiden painoyksikön keskivirhe pysyi lähes samana kuin vapaassa verkossa. Kytketyn verkon tunnusluvut esitellään seuraavassa taulukossa (Taulukko 7).

Taulukko 7 Trimble Total Control -ohjelmalla lasketun kytketyn verkon tunnusluvut. Luvut poikkeavat hieman GrafNet-ohjelmalla saaduista arvoista.

Koordinaattien keskimääräinen tarkkuus ja homogeenisuus [mm]				
		max	min	
E	± 2,1	2,8	1,6	
N	± 2,1	2,7	1,6	
H	± 2,3	3,2	1,7	
Pistevirhe	± 3,7	5,0	2,9	
Havaintovektorien tunnusluvut				
	mX	mY	mZ	mXYZ
Tasoitettu keskivirhe [mm]	± 3,9	± 2,7	± 4,6	± 6,6
Arvioitu varianssikomponentti	0,66	0,5	0,73	0,62
Suurin jäännösvirhe [mm]	21,8	13,5	15,2	29,8
Suurin standardoitu jäännösvirhe	2,71*	1,86	1,84	2,16*
Koordinaattihavaintojen tunnusluvut				
	mX	mY	mZ	
Tasoitettu keskivirhe [mm]	± 5,8	± 3,7	± 4,9	
Arvioitu varianssikomponentti	1,42 **	0,88	1,23 **	
Suurin jäännösvirhe [mm]	8,5	7,2	10,0	
Suurin standardoitu jäännösvirhe	2,20*	1,86	2,35*	
Suhteellinen tarkkuus [ppm]				
	k.arvo	huonoin	paras	
X	0,6	2,5	0,2	
Y	0,6	2,2	0,2	
Z	0,7	2,6	0,2	
Pistevirhe	1,1	4,2	0,3	

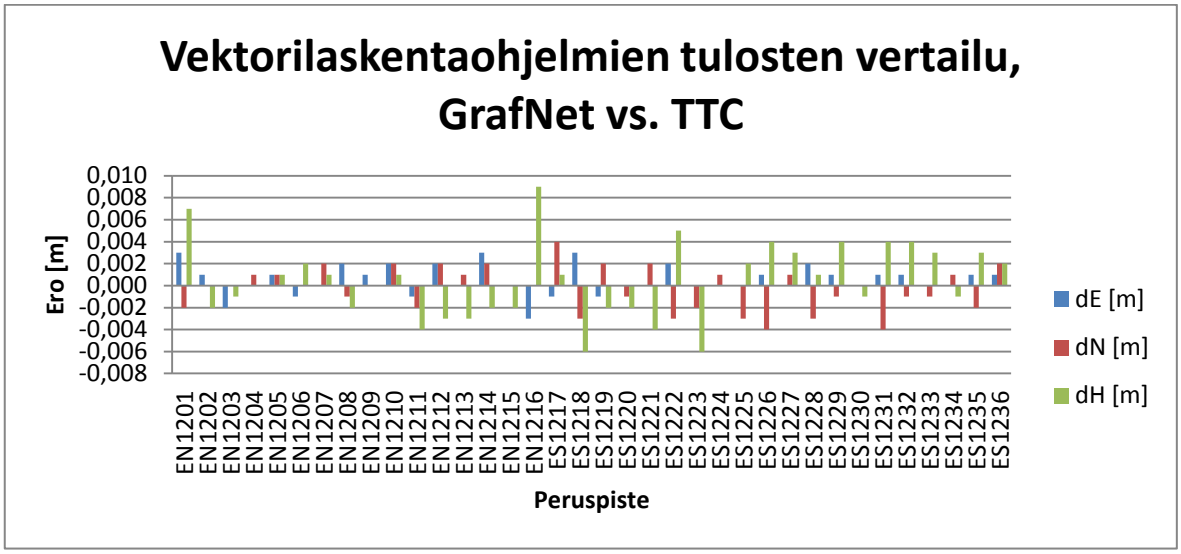
Trimble Total Control -aineistolla saadut kytketyn verkon tunnusluvut olivat varsin lähellä GrafNet-aineiston tunnuslukuja. Tunnuslukujen perusteella voitiin todeta molemmilla ohjelmilla laskettujen vektorien olevan erittäin hyviä. Tunnuslukujen erot olivat niin pienet, ettei eri ohjelmien välillä ollut eroa runkopisteverkkojen laskennassa.

10.2.4.6 Tasoitusten vertailu ja peruspisteiden koordinaattien määrittely

Painotettuihin lähtöpisteisiin perustuvia projisoituja tasokoordinaatteja ja ellipsoidikorkeuksia vertailtiin Microsoft Office Excel 2007 -taulukkolaskentaohjelmalla. Suurin koordinaattiero tasossa oli 4 millimetriä ja korkeudessa 9 millimetriä. Erotusten neliöllinen keskivirhe eli RMS (Root Mean Square) oli

- dE: ± 1 mm
- dN: ± 2 mm
- dH: ± 3 mm.

Havaintopaikkakohtaiset erot esitellään seuraavassa kuvassa (Kuva 35).



Kuva 35 Vektorilaskentaohjelmilla saatujen tasokoordinaattien ja ellipsoidikorkeuden vertailu. Pääasiassa erot ovat alle 4 millimetriä muutamaa poikkeusta lukuun ottamatta, esimerkiksi havaintopaikka EN1216.

Erojen ollessa näin pienet päädyttiin ratkaisuun, ettei kumpikaan ohjelmista ole toistaan parempi. Molempien vektorilaskentaohjelmien ratkaisuilla oli saavutettu kunnan peruspisteille asetut suhteellisen tarkkuuden vaatimukset. Sipoon kunnan uuden runkoverkon pisteiden geodeettiset koordinaatit muodostettiin näiden kahden laskennan keskiarvona. Uuden 36:n ETRS89-datumiin ja GRS80-ellipsoidiin perustuvan peruspisteen geodeettiset koordinaatit esitellään liitteissä (Liite 8). Uusien pisteiden koordinaattien keskimääräisiksi keskivirheiksi saatiin

- E: ± 3 mm
- N: ± 3 mm
- H: ± 3 mm (Luku 10.2.4.4).

10.2.4.7 EUREF-FIN-koordinaattien projisointi tasokoordinaateiksi

Verkkotasoituksen tuloksena saadut geodeettiset EUREF-FIN-koordinaatit konvertoitiin Geodeettisen laitoksen koordinaattimuunnospalvelulla (http://coordtrans.fgi.fi/) ETRS89-koordinaattijärjestelmään ja muunnettiin Kartastokoordinaattijärjestelmän mukai-

siksi tasokoordinaateiksi. Koordinaatit konvertoitiin suurimittakaavaisiin ETRS-GK24- ja ETRS-GK25- ja pienimittakaavaiseen ETRS-TM35FIN-tasokoordinaatistoon. Edellä mainitut konversiot suoritettiin, koska

- ETRS-GK25 on Sipoon kunnan uusi tasokoordinaatisto (Luku 10.3)
- ETRS-GK24-tasokoordinaatistoa tarvitaan kunnan muunnosparametrien laskemiseksi KKJ2-tasokoordinaatiston välille saman keskimeridiaaniperiaatteen mukaisesti (Luku 5.2)
- ETRS-TM35FIN-koordinaatteja tarvitaan valtakunnallisissa paikkatiedoissa (Luku 3.4.2).

Lisäksi muunnettiin geodeettiset koordinaatit KKJ2-koordinaateiksi, jotta voitiin vertailla uuden ja vanhan järjestelmän yhteensopivuutta. Ellipsoidikorkeudet muunnettiin sekä N60- että N2000-järjestelmiin (Taulukko 8). Eri järjestelmien mukaiset tasokoordinaatit esitellään liitteissä (Liite 9–Liite 12).

Taulukko 8 Projisoitujen tasokoordinaattien ominaisuudet.

Vaste	Datumi	Koordinaatisto	Kork.järj.	Projektiokaista
ETRS-TM35FIN	ETRS89	ETRS-TM35FIN (taso)	ellip, N60, N2000	ETRS-TM35FIN
ETRS-GK24	ETRS89	ETRS-GKn (taso)	ellip, N60, N2000	ETRS-GK24
ETRS-GK24	ETRS89	ETRS-GKn (taso)	ellip, N60, N2000	ETRS-GK25
KKJ2	KKJ	KKJ (taso)		KKJ kaista 2

Korkeusjärjestelmän N60 geoidimalli on FIN2000 ja N2000-järjestelmän FIN2005G00. Geoidimallin avulla voidaan selvittää ellipsoidikorkeuden (geometrinen korkeus) ja fysikaalisen korkeuden välinen yhteys. Geoidimallien keskimääräinen tarkkuus on

- FIN2000: ± 28 mm
- N2005G00: ± 19 mm. (Häkli ym. 2009, s. 33–34)

Tasoitettujen korkeuksien keskimääräiset keskivirheet olivat ± 3 millimetriä. Muunnettujen N60- ja N2000-korkeuksien keskimääräiset keskivirheet saatiin keskivirheiden kasauttamisella

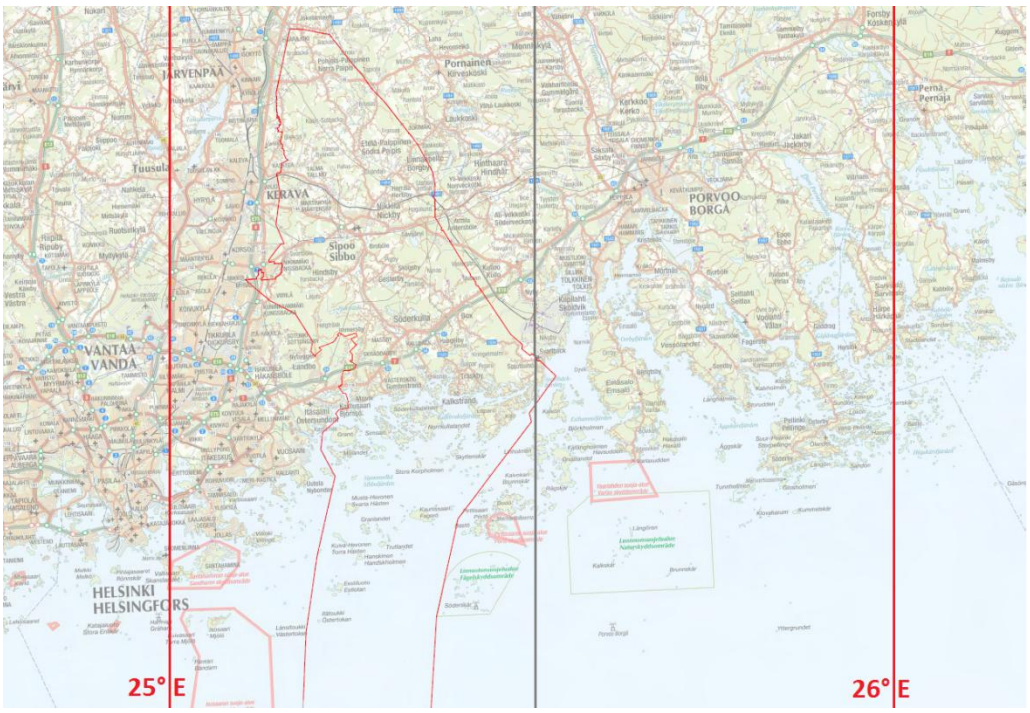
- N60: ± 28,2 mm
- N2000: ± 19,2 mm.

10.3 Sipoon EUREF-muunnos, muunnoskaistan valinta

Sipoon koordinaattijärjestelmänä oli toiminut Kartastokoordinaattijärjestelmä projektiokaistalla 2. KKJ2:n keskimeridiaani oli 24 astetta itäistä pituutta ja se kulki noin 70 kilometriä Sipoon länsipuolella. KKJ3:n keskimeridiaani 27 astetta itäistä pituutta taas kulki noin 90 kilometriä Sipoon itäpuolella. Toisin sanoen Sipoon kunta on ollut vierekkäisten projektiokaistojen reuna-alueella, missä projektiokorjaukset ovat olleet varsin suuria, 60–120 ppm (Taulukko 1).

ETRS89-koordinaattijärjestelmän myötä Sipoon kunta oli siirtymässä myös uusiin tasokoordinaatistoihin. Uudet tasokoordinaatistot olivat valtakunnallinen ETRS-TM35FIN- ja kaavoituksen ja rakentamisen tarpeisiin suunniteltu ETRS-GKn-koordinaatisto. Sipoon

kuntakeskuksista, Nikkilästä ja Söderkullasta oli matkaa keskimeridiaanille 25 astetta itäistä pituutta 16 kilometriä ja 18 kilometriä. Keskimeridiaanille 26 astetta itäistä pituutta oli taas matkaa kuntakeskuksista 39 kilometriä ja 37 kilometriä (Kuva 36).



Kuva 36 Sipoon kunnan sijoittuminen eri keskimeridiaanien suhteen.

Taulukko 1:ssä ei ollut mittakaavakorjauksia kuntakeskusten etäisyyksille, joten ne laskettiin mittakaavakorjausten kaavalla:

$$k = k_0(1 + \frac{1}{2}cos^2\,\varphi * (\lambda - \lambda_0)^2) \tag{75}$$

jossa k on mittakaavakorjaus pisteessä (φ, λ), φ ja λ pisteen geodeettiset koordinaatit, k_0 mittakaavakorjaus keskimeridiaanilla ja λ_0 keskimeridiaanin asteluku. (JHS153 2003 Liite 1, s. 6) Mittakaavakorjaukset kuntakeskuksista eri keskimeridiaaneille esitetään seuraavassa taulukossa (Taulukko 9).

Taulukko 9 Kuntakeskusten etäisyydet (d) keskimeridiaaneista 25 astetta itäistä pituutta ja 26 astetta itäistä pituutta ja mittakaavakorjaukset Gauss-Krüger-karttaprojektiolla näillä etäisyyksillä.

	Keskimeridiaani 25		**Keskimeridiaani 26**	
	d [km]	**mk [ppm]**	**d [km]**	**mk [ppm]**
Nikkilä	16	3	39	20
Söderkulla	18	4	17	17

Projektiokorjausten eroista johtuen oli Sipoon kunnan järkevää siirtyä käyttämään keskimeridiaania 25 astetta itäistä pituutta ja pienimittakaavaisena tasokoordinaatistona ETRS-GK25.

10.3.1 Muunnosmallin valinta

Luvussa 2 todettiin Kartastokoordinaattijärjestelmän mukaisissa pisteissä deformoitumisen olevan suurta valtakunnan tasolla. Samassa luvussa todettiin Kartastokoordinaattijärjestelmän mukaisten pisteiden olevan alueellisesti hyvinkin yhteensopivia keskenään, mikä johtuu järjestelmän mittaustavasta. Luvussa 3 esitettiin ETRS89-koordinaattijärjestelmän mukaisten koordinaattien olevan määritetty homogeenisesti GNSS-tekniikalla.

Paikalliset tasomuunnokset on yleensä tehty neliparametrisena yhdenmuotoismuunnoksena (Luku 5.2.1.2). Tapauksissa, joissa neliparametrisen muunnoksen jäännösvirheet ovat kovin suuria, eli muunnos ei mallinna pistejoukkojen välistä suhdetta riittävän hyvin, tulee suunnitella toisen muunnosmallin käyttämistä. Muita mahdollisia tasomuunnoksia ovat Luvussa 5.2.1 esitellyt affiininen muunnos ja kongruenssimuunnos.

Sipoon kunnan muunnosparametrien laskemiseen valittiin neliparametrinen yhdenmuotoismuunnos edellisissä kappaleissa esitettyjen argumenttien perusteella. Muunnoksen valintaan päädyttiin, koska muunnos soveltuu kahden tasokoordinaatiston väliseen muunnokseen

- muunnos ottaa huomioon koordinaatistojen välisen mittakaavaeron
- mittakaava on sama molemmilla koordinaattiakseleilla
- akselien välinen kiertokulma pysyy samana.

Neliparametrinen yhdenmuotoismuunnos myös säilyttää muunnospisteistön muotosuhteet tulo- ja lähtökoordinaatiston välillä.

10.3.2 Vastinpisteiden valinta

Muunnosparametrit laskettiin pisteinventoinnissa etsittyjen pisteiden avulla (Luku 10.1). Lisäksi käytettiin yhtä pistettä, jonka EUREF-FIN-koordinaatit saatiin mittauskampanjasta ja jonka KKJ-koordinaatit Maanmittauslaitos oli aikoinaan mitannut (92M8207, EN1203). Inventoiduista pisteistä valittiin 40 kappaletta muunnospisteitä, jotka sijaitsivat tasaisesti kunnassa ja hieman sen rajojen ulkopuolella. Muunnospisteistä muodostettu monikulmio lisäksi sulki kunnan kokonaan sisäänsä. Monikulmion sisällä muunnettujen pisteiden keskivirheet ovat vielä hallinnassa, toisin kuin monikulmion ulkopuolella, jossa ne voivat kasvaa hyvin voimakkaasti.

Alkuperäinen suunnitelma oli laskea kuntaan kahdet muunnosparametrit, toiset kaava-alueille ja toiset niiden ulkopuolelle. Kaksien muunnosparametrien käyttäminen olisi mahdollistanut tarkemman alueellisen muunnoksen kaava-alueilla. Kaava-alueiden muunnosparametrien laskennassa olisi käytetty niitä lähinnä olevia pisteitä, kuten mittauskampanjan EUREF-FIN-lähtöpisteitä ja siinä mitattuja pisteitä. Koko kunnan kattavien yksien muunnosparametrien laskemiseen päädyttiin, kun kaava-alueiden muunnoksessa olisi käytetty vain EUREF-FIN-lähtöpisteitä. Mittauskampanjassa mitatut kunnan vanhat pisteet osoittautuivat GPS-tekniikalla mitatuiksi.

GPS-tekniikalla saadut KKJ-koordinaatit eivät olleet aitoja KKJ-koordinaatteja, eli kolmiopisteitä tai niistä jonomittauksella tihentämällä saatuja kunnan perus- ja käyttöpisteitä. Pisteiden KKJ2-koordinaatit oli saatu laskemalla muutaman vastinpisteen avulla alueellisen seitsemänparametrisen yhdenmuotoismuunnoksen parametrit ja muuntamalla niillä koordinaatteja Kartastokoordinaattijärjestelmän ja WGS84-järjestelmän välillä (Luku

5.2.2). Koordinaattimuunnos aiheuttaa muunnettaviin pisteisiin aina keskivirheitä. Tehtäessä muunnos jo kertaalleen muunnetuilla pisteillä, voivat keskivirheet kasautua hyvinkin suuriksi. Muunnokset tulee tehdä aina tarkimmilla mahdollisilla pisteillä ja muunnettujen pisteiden käyttäminen muunnoksessa olisi vain vääristänyt lopputulosta.

10.3.3 Sipoon kunnan KKJ2-ETRS-GK24-muunnosparametrit

Muunnokseen valittujen pisteiden ETRS-TM35FIN-koordinaatit konvertoitiin Geodeettisen laitoksen koordinaattimuunnospalvelulla (http://coordtrans.fgi.fi/) ETRS-GK24-tasokoordinaateiksi (Luku 10.2.4.7). ETRS-GK24-tasokoordinaattien keskimeridiaani oli sama kuin KKJ2-tasokoordinaateilla. Muutamalla Sipoon länsipuolella sijaitsevalla pisteellä oli KKJ3-kaistan mukaiset koordinaatit, joiden keskimeridiaani oli 27 astetta itäistä pituutta. Näiden pisteiden koordinaatit konvertoitiin kaistanvaihtona KKJ2-koordinaateiksi (Luku 5.1).

Muunnosparametrien laskemiseen käytettiin JAG3D nimisen ilmaisohjelman CoordTrans-moduulia (http://derletztekick.com/software/netzausgleichung). Rekisterikoordinaattien ja muunnettujen koordinaattien erot, jäännösvirheet ja tasoituksen tunnusluvut laskettiin Microsoft Office Excel 2007 -taulukkolaskentaohjelmalla. Muunnosparametrit laskettiin molempiin suuntiin KKJ2- ja ETRS-GK24-koordinaatistojen välille (Taulukko 10).

Taulukko 10 Koko kunnan KKJ2- ja GK24-koordinaatistojen väliset muunnosparametrit ja muunnoksen keskivirhe. Kierron yksikkö on goonisekunti.

Parametri	KKJ2->GK24	GK24->KKJ2	Yksikkö
N-siirto	-124,6244	278,2810	m
E-siirto	21999881,3742	-21999990,3815	m
a-kerroin	0,999995045030775	1,000004954944990	-
b-kerroin	-0,000006984331602	0,000006984400817	-
Mittakaava	0,999995045055166	1,000004954969380	-
Mittakaavaero	-4,95	4,95	ppm
Kierto	-4,4	4,4	cc
Muunnoksen keskivirhe m0 ±		**0,020**	**m**

Muunnoksen vastinpisteiden jäännösvirheet esitellään liitteissä (Liite 13). Jäännösvirheet olivat samansuuruiset molempiin suuntiin muunnettaessa, mutta erimerkkiset (Liite 14). Jäännösvirheistä laskettiin virhevektori m_P ja muunnoksen painoyksikön keskivirhe m_0 (Luku 7.3.1.1). Muunnoksen painoyksikön keskivirheeksi saatiin ± 0,020 metriä. Virhevektorit taas vaihtelivat välillä 0,001–0,078 metriä.

Kahdella kunnan kaakkoislaidalla sijaitsevalla pisteellä jäännösvirheet olivat varsin suuret, mihin vaikutti varmasti kunnan sijainti kahden Kartastokoordinaattijärjestelmän kaistan reunalla (Luku 10.3). Toinen suuret jäännösvirheet omaavista pisteistä oli GNSS-mittauskampanjan lähtöpisteenä käytetty 00G0034 ja toinen pisteinventoinnilla valittu 93M5533A. Piste 93M5533A piti ottaa mukaan muunnokseen, jotta koko kunta olisi saatu suljettua täysin pisteiden muodostaman monikulmion sisään. Muunnospisteiden sijoittuminen ja pistevirhevektorit esitellään liitteissä olevassa kartassa (Liite 15).

Kunnan sisältä valittiin lisäksi kontrollipisteitä, joille laskettiin muunnosparametrien avulla koordinaatit uudessa järjestelmässä ja jäännösvirheet rekisterikoordinaattien avulla (Taulukko 11). Jäännösvirheistä laskettiin niiden neliöllinen keskivirhe (RMS). Jäännösvirheiden ja RMS-luvun perusteella voitiin todeta muunnosparametrien toimivan odotetulla tarkkuudella. Jäännösvirheet ja RMS-luku olivat samansuuruiset toiseen suuntaan muunnettaessa, mutta erimerkkiset. Kontrollipisteiden sijainti esitellään liitteissä olevassa kartassa (Liite 15).

Taulukko 11 Sipoon kunnan GK24->KKJ2-muunnosparametreilla laskettujen kontrollipisteiden jäännösvirheet ja neliöllinen keskivirhe.

Kontrollipisteet			Muunnetut koordinaatit		Jäännösvirheet	
Pno	N_KKJ2	E_KKJ2	mN_KKJ2	mE_KKJ2	vN	vE
26M0247	6685722,500	2574817,932	6685722,533	2574817,919	-0,033	0,013
87M1992	6707079,666	2566134,361	6707079,694	2566134,384	-0,028	-0,023
90M2601A	6692337,960	2573779,457	6692337,924	2573779,442	0,036	0,015
90M2605A	6683661,550	2572832,608	6683661,541	2572832,621	0,009	-0,013
90M5311	6677965,102	2571968,314	6677965,089	2571968,314	0,013	0,000
90M5322	6673812,069	2575485,881	6673812,070	2575485,862	-0,001	0,019
90M5323	6679665,584	2578478,123	6679665,595	2578478,117	-0,011	0,006
92M9201B	6698948,340	2562473,149	6698948,350	2562473,165	-0,010	-0,016
				RMS	**0,021**	**0,015**

10.3.4 Muunnosparametrien käyttäminen

Muunnosparametrien toimivuus tarkistettiin muuntamalla parametreilla jonkin muunnoksessa mukana olleen pisteen koordinaatit järjestelmästä toiseen. Muunnoksessa Kartastokoordinaattijärjestelmästä ETRS89-koordinaattijärjestelmään käytettiin kaavoja:

$$N_{GK24} = N_{siirto} + \left(N_{KKJ2} * a\right) - (E_{KKJ2} * b) \tag{76}$$

$$E_{GK24} = E_{siirto} + \left(N_{KKJ2} * b\right) + (E_{KKJ2} * a) \tag{77}$$

Toiseen suuntaan muunnettaessa, ETRS89-koordinaattijärjestelmästä Kartastokoordinaattijärjestelmään käytettiin seuraavia kaavoja:

$$N_{KKJ2} = N_{siirto} + (N_{GK24} * a) - (E_{GK24} * b) \tag{78}$$

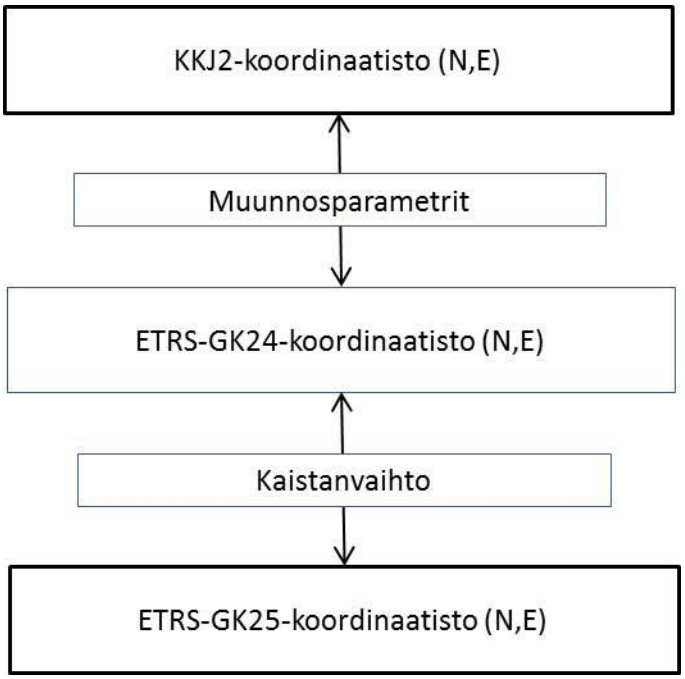
$$E_{KKJ2} = E_{siirto} + (N_{GK24} * b) + (E_{GK24} * a) \tag{79}$$

Muunnosparametrit, eli kertoimet a ja b ja N_{siirto} ja E_{siirto} sijoitettiin kaavoihin (76–79) etumerkkeineen (Taulukko 10). Muunnettujen koordinaattien ja rekisterikoordinaattien avulla laskettiin jäännösvirheet, jotka vastasivat muunnosohjelmalla laskettujen koordinaattien avulla saatuja jäännösvirheitä. Näin voitiin todeta muunnosparametrien olevan oikeat.

Edellisessä luvussa lasketut muunnosparametrit oli laskettu KKJ2- ja ETRS-GK24-koordinaatistojen välillä. Sipoon kunta otti käyttöön ETRS-GK25-tasokoor-

dinaatiston, joka erosi edellä mainitusta keskimeridiaaninsa perusteella. Tästä johtuen koordinaatistomuunnokset jouduttiin tekemään muussa kuin käyttöön otetussa kaistassa.

Aineiston muuntamisessa Kartastokoordinaattijärjestelmän ja ETRS89-koordinaattijärjestelmän välillä tarvittiin niin sanottua muunnosketjua (Luku 5.3). Seuraavassa kuvassa esitellään aineiston muunnosketju KKJ2- ja ETRS-GK25-koordinaatiston välillä (Kuva 37).



Kuva 37 Muunnosparametrien käyttäminen ja muunnosketju KKJ2- ja ETRS-GK25-koordinaatiston välillä. (Ville Jussila)

10.3.5 Muunnosparametrien tarkkuuden tutkiminen

Muunnoksen painoyksikön keskivirheestä voitiin muodostaa muunnoksen keskimääräinen pistevirhe satunnaisvirheiden kasauttamisella. Painoyksikön keskivirhe kertoi havainnon keskivirheen, eli yhden koordinaattihavainnon tai yhden muunnoskoordinaatin keskivirheen. Sen perusteella laskettiin arvioitu pistekeskivirhe seuraavalla tavalla:

$$m_P = \sqrt{m_o^2 + m_0^2} = m_o\sqrt{2} \tag{80}$$

Muunnoksen painoyksikön keskivirhe oli ± 0,020 metriä. Edellisen kaavan (80) perusteella saatiin arvioiduksi pistekeskivirheeksi ± 0,028 metriä.

Kunnan numeerinen raja- ja kartta-aineisto oli pääasiassa tuotettu fotogrammetrisin keinoin stereokuvia tulkitsemalla. ”Kaavoitusmittausohjeet 2003”-ohjeistosta löytyvät vaatimukset aineiston karttakohteiden pistekeskivirheille. Näiden pistekeskivirheiden avulla voitiin laskea muunnetun karttakohteen pistekeskivirhe keskivirheitä kasauttamalla. Pistekeskivirheet valittiin tiukimmasta 1e luokasta (Maanmittauslaitos 2003, s. 52–54). Seuraavassa taulukossa esitellään muunnettujen karttakohteiden kokonaiskeskivirheet (Taulukko 12)

Taulukko 12 Kartoitettujen kohteiden pistekeskivirheet ja muunnetut kokonaiskeskivirheet.

Kartoitettu kohde	Pistekeskivirhe [m]	Arvioitu piste-keskivirhe [m]	Muunnetun kohteen kokonaiskeskivirhe [m]
Rajamerkki	0,100	0,028	0,104
Seinälinja	0,150	0,028	0,153
Johto ja kaapeli	0,200	0,028	0,202
Liikenneväylän reuna, kestopäällyste	0,200	0,028	0,202
Kevytväylän reuna, kes-topäällyste	0,200	0,028	0,202
Raide	0,200	0,028	0,202
Puu	0,700	0,028	0,701

Muunnettujen karttakohteiden kokonaisvirheet eivät eroa paljoa annetuista maksimipiste-keskivirheistä. Muunnoksen arvioitu pistekeskivirhe ei näin ollen vaikuttanut juurikaan kohteiden sijaintiin epätarkemmissa karttakohteissa. Tarkemmissa karttakohteissa, kuten rajamerkkien sijainnissa, muunnoksen pistekeskivirheen vaikutus oli jo huomattavampi.

”Kaavoitusmittausohjeet 2003”-ohjeisto antoi rajamerkkien pistekeskivirheeksi merkintätapauksessa ensimmäisessä mittausluokassa ≤ 40 millimetriä, määrityksen perustana olevien kiintopisteiden suhteen. Muunnetun rajamerkin koordinaattien merkitsemisessä tulisi siis käyttää mittausmenetelmää, jonka tarkkuus, m_{menet}, olisi seuraavan kaavan mukainen:

$$0{,}040 = \sqrt{m_{menet}^2 + 0{,}028^2} \rightarrow m_{menet} = \sqrt{0{,}040^2 - 0{,}028^2} = 0{,}028 \qquad (81)$$

Rajamerkkien merkitsemisen pistekeskivirhe oli tiukin ”Kaavoitusmittausohjeet 2003”-ohjeistossa annettu raja-arvo. (Maanmittauslaitos 2003, s. 27)

11 Johtopäätökset

Työn kirjallisuustutkimusosiossa todettiin Kartastokoordinaattijärjestelmän ja ETRS89-koordinaattijärjestelmän välisten valtakunnan tason deformaatioiden johtuvan Kartastokoordinaattijärjestelmän mittaus- ja määritystavasta. Jäännösvirheiden graafisen esityksen avulla deformaatioiden voidaan tulkita johtuvan alueellisten kolmioverkkojen orientointien eroista. Alueellisesti Kartastokoordinaattijärjestelmä on tarkkuudeltaan ja tasalaatuisuudeltaan huomattavasti valtakunnantasoa parempi. Sipoon kunnan yhdenmuotoismuunnoksella laskettujen muunnosparametrien avulla voitiin todeta Kartastokoordinaattijärjestelmän alueellisen tarkkuuden paikkansapitävyys.

Satelliittipaikannukseen keskittyneessä luvussa käsiteltiin relatiivisessa paikannuksessa pitkillä havaintoajoilla ja oikeantyyppisellä kalustolla saavutettavissa olevaa tarkkuustasoa. Relatiivisen paikannuksen tarkkuustaso voitiin todeta Sipoon uuden peruspisteverkon tuloksista. Luvussa esitellyillä vektorilaskennan tarkkuuden tunnusluvuilla, RMS- ja Ratio-arvolla, voitiin havaita vektorilaskennassa huonot vektorit ja jättää ne pois verkkotasoituksesta.

Tasoituslaskentaa käsittelevässä luvussa esiteltiin työkaluja oikeaoppisen tasoituslaskennan suorittamiseen ja tulosten analysointiin. Tunnuslukuja esiteltiin peruspisteverkon tasoituslaskennan yhteydessä. Kirjallisuustutkimuksessa esiteltiin koordinaatistojen välisistä muunnosmalleista affiininen muunnos, seitsemänparamametrinen ja neliparametrinen yhdenmuotoismuunnos sekä kolmeparametrinen muunnos. Muunnoksista esiteltiin muunnoskaavat ja niiden vaikutus muunnospisteistöön sekä muunnoksen painoyksikön keskivirheen laskenta.

Sipoon kunnan siirtyminen vanhasta Kartastokoordinaattijärjestelmästä uuteen ETRS89-koordinaattijärjestelmään tapahtui uuden peruspisteverkon mittaamisen sekä uuden ja vanhan järjestelmän välille laskettujen muunnosparametrien avulla. Peruspisteverkon suunnittelu tehtiin voimassa olevien ohjeiden mukaisesti ottaen huomioon kunnan tarpeet ja maastolliset olosuhteet. Peruspisteverkko saatiin tarpeeksi tiheäksi molemmilla suunnittelualueilla, mikä mahdollistaa niiden sujuvan ja vaivattoman käytön alemman luokan käyttöpisteiden tihentämisessä. Pisteiden sijainnissa otettiin myös huomioon tulevaisuuden kunnallisrakenteen muutokset ja mahdolliset pisteiden tuhoutumiset.

Peruspisteiden mittaus toteutettiin sessioittain laadittujen suunnitelmien mukaisesti. Mittauksissa käytettiin tarpeeksi pitkiä sessioaikoja, jotta havaintovektorit saatiin ratkaistua vaivattomasti. Sessioiden pituus pidettiin järkevänä, jotta mittaustyö saatiin suoritettua annetussa aikarajassa. Havaintoja tehtiin kuntaan pääasiassa avokalliolle rakennetuilla uusilla peruspisteillä, joillakin maastokatselmusten aikana löydetyillä vanhoilla pisteillä ja valtakunnallisilla havaintoverkon lähtöpisteinä toimivilla EUREF-FIN-pisteillä. Molempien taajamien osaverkot sidottiin viidellä pisteellä ylempään luokkaan suositusten mukaisesti. Lisäksi lähtöpisteet sulkivat uudet peruspisteet kokonaan muodostamansa monikulmion sisään. Havaintotyöstä laadittiin havaintolomakkeet ja ne dokumentoitiin ohjeiden mukaisesti.

Havaintovektorien laskenta satelliittihavainnoista tehtiin kahdella vektorilaskentaohjelmalla niiden yhdenmukaisuuden vertailemiseksi. Kummallakin ohjelmalla saadut havaintovektorit tasoitettiin omina verkkoinaan ensin vapaana ja sitten lähtöpisteiltään kytkettyinä verkkoina annettujen ohjeistusten mukaisesti. Karkeiden virheiden poistaminen havain-

noista tehtiin ennen vapaiden verkkojen hyväksyttyä lopullista laskentaa. Kytkettyjen verkkojen laskennan lopputuloksena peruspisteille saatiin kahdet geodeettiset koordinaatit ETRS89-koordinaattijärjestelmässä. Koordinaattien keskinäisen vertailun perusteella niiden erot olivat marginaalisen pienet. Lopputulokset, eli 36 peruspisteen geodeettiset koordinaatit muodostettiin näiden kahden verkkotasoituksen keskiarvoista. Peruspisteiden koordinaattien keskimääräinen keskivirhe oli ± 0,003 metriä ja pistevälien suhteellinen tarkkuus välillä 0,3–4,7 ppm, mikä oli huomattavasti parempi kuin ”Kaavoitusmittausohjeet 2003”-ohjeistossa annettu peruspisteverkon suhteellisen tarkkuuden rajaarvo ≤ 20 ppm.

Peruspisteiden koordinaatit konvertoitiin ETRS-TM35FIN-, ETRS-GK24- ja ETRS-GK25-koordinaatistoihin ja muunnettiin KKJ2-koordinaatistoon. ETRS-tasokoordinaateille laskettiin lisäksi ellipsoidiset korkeudet ja muunnetut N60- ja N2000-korkeudet niitä vastaavia geoidimalleja käyttäen. Konvertoinnit ja muunnos tehtiin Geodeettisen laitoksen muunnospalvelulla.

Uuden ja vanhan tasokoordinaattijärjestelmän välille määritettiin muunnosparametrit neliparametrisella yhdenmuotoismuunnoksella. Kuntaan laskettiin vain yhdet muunnosparametrit, jotka pätevät sekä kaava- että haja-asutusalueilla. Sipoon kuntaan ja sen lähiympäristöön tehdyn pisteinventoinnin perusteella valittiin 41 kappaletta sekä Kartastokoordinaattijärjestelmän että ETRS89-koordinaattijärjestelmän mukaisia pisteitä parametrien laskentaan. Pisteitä pyrittiin valitsemaan mahdollisimman tasaisesti ympäri kuntaa, jotta pisteiden epähomogeeninen tiheys ei vääristäisi muunnosparametreja. Valitut muunnospisteet myös sulkivat koko kunnan muodostamansa monikulmion sisään, mikä oli hyvän muunnosperiaatteen mukaista. Muunnosparametrit ratkaistiin molempiin suuntiin uuden ja vanhan järjestelmän välillä. Sipoon muunnosparametreja suositellaan käytettäväksi vain Sipoon kuntarajojen sisällä ja harkiten rajojen ulkopuolella lähialueilla. Muunnosmallien vertailuun ei ollut tarvetta ryhtyä, koska käytetyllä mallilla päästiin muunnetun pisteistön osalta riittävään tarkkuuteen. Valittu muunnosmenetelmä säilyttää lisäksi muunnettavan aineiston muotosuhteet ennallaan.

Neliparametrisen muunnoksen tarkkuutta tarkasteltiin valitsemalla kunnasta kontrollipisteitä, joille laskettiin muunnetut koordinaatit ja jäännösvirheet rekisterikoordinaatteihin verrattuna. Kontrollipisteiden jäännösvirheiden avulla saatiin kuva muunnettavan aineiston jäännösvirheistä kontrollipisteiden lähiympäristössä. Muunnoksen painoyksikön keskivirheeksi saatiin ± 0,020 metriä ja arvioiduksi muunnettavan karttakohteen pistekeskivirheeksi ± 0,028 metriä. Suoritetun tarkkuustarkastelun perusteella todettiin muunnosparametrien aiheuttavan muunnettaviin kartta-aineistoihin vain pieniä epätarkkuuksia. Muunnettavan rajamerkki-aineiston käyttö pysyisi myös annettujen tarkkuusarvioiden rajoissa, käytettäessä oikeaa mittausmenetelmää maastoonmerkinnässä.

Sipoon kunnan EUREF-hanke onnistui odotetulla tavalla. Kuntaan mitattiin uusi, tarkka ja homogeenisesti määritetty ylimmän luokan peruspisteverkko, joka kunnalta oli jäänyt puuttumaan kunnan mittausorganisaation vajavaisuuden takia. Lisäksi uuden ja vanhan järjestelmän välinen yhteys määritettiin muunnosparametreilla ja muunnoskaavoilla, joiden todettiin olevan käyttötarkoitukseensa soveltuvat.

Lähdeluettelo

421/2009. (2009) Laki paikkatietoinfrastruktuurista. FINLEX. Saatavissa: http://www.finlex.fi/fi/laki/alkup/2009/20090421

725/2009. (2009). Valtioneuvoston asetus paikkatietoinfrastruktuurista. FINLEX. Saatavissa: http://www.finlex.fi/fi/laki/alkup/2009/20090725

2007/2/EY. (2007) Direktiivi Euroopan yhteisön paikkatietoinfrastruktuurin (INSPIRE) perustamisesta. Euroopan Parlamentti ja neuvosto. 14 s. Saatavissa: http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2007:108:0001:0014:FI:PDF

JHS 153. (2008) ETRS89-järjestelmän mukaiset koordinaatit Suomessa. 2. painos. Helsinki: JUHTA - julkisen hallinnon tietohallinnon neuvottelukunta. 23 s. Saatavissa: http://www.jhs-suositukset.fi/suomi/jhs153

JHS 154. (2008) ETRS89-järjestelmään liittyvät karttaprojektiot, tasokoordinaatistot ja karttalehtijako. Helsinki: JUHTA - julkisen hallinnon tietohallinnon neuvottelukunta. 37 s. Saatavissa: http://www.jhs-suositukset.fi/suomi/jhs154

JHS luonnos. (2012) Kiintopistemittaus EUREF-FIN-koordinaattijärjestelmässä. Helsinki: JUHTA - julkisen hallinnon tietohallinnon neuvottelukunta. 22 s. Saatavissa: http://www.jhs-suositukset.fi/c/document_library/get_file?uuid=fa41c814-aedc-4269-8c25-fb852dde028f&groupId=14

Russian Institute of Space Device Engineering. (2008) GLONASS Interface Control Document. Moscow. 65 s. Saatavissa: http://www.spacecorp.ru/upload/ iblock/fc4/IKD-redakcia%205.1%20ENG.pdf

Sipoon kunta. (2011) Kaavoitusohjelma 2012–2015. Sipoo: Kehitys- ja kaavoituskeskus. 36 s. Saatavissa: http://sipoo.fi/easydata/customers/sipoo/files/ 2011_keke/kaavoitusohjelma_2012_2015_kh_13122011.pdf

EUREF. EUREF Permanent Network. [WWW-dokumentti]. http://epncb.oma.be/ [Viitattu 26.1.2012].

Federal Space Agency. Information-Analytical Centre of GLONASS and GPS Controlling. [WWW-dokumentti]. http://www.glonass-center.ru/en/ [Viitattu 15.3.2012].

The National Executive Committee for Space-Based Positioning, Navigation, and Timing (PNT). GPS.gov. [WWW-dokumentti]. http://www.gps.gov/systems/gps /space/#orbits [Viitattu 17.7.2012].

The University of New South Wales. Principles and Practice of GPS Surveying. [WWW-dokumentti]. http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/gps_survey/ principles_gps.htm [Viitattu 25.7.2012].

Global X-Positioning System - Käyttöohje. (v. 2.01.06) X-Position Oy. 153 s.

Leica GPS1200+ sarja – Erittäin suorituskykyinen GNSS-järjestelmä. (2008) Leica Geosystems Ag. Sveitsi: Heerbrugg. 12 s. Saatavissa: http://www.leica-geosystems.com/downloads123/zz/gps/general/brochures/GPS1200_brochure_fi.pdf

NovAtel Inc. (2011) GrafNav / GrafNet User Guide. Canada. 230 s. OM-200000105.

Gullu, M. & Yilmaz, I. (2010) Outlier detection for geodetic nets using ADALINE learning algorithm. Scientific Research and Essays. Vol. 5, S. 440-447. ISSN 1992-2248. Saatavissa: http://www.academicjournals.org/sre/pdf/pdf2010/4Mar/Gullu%20and%20Yilmaz.pdf

Honkanen, P. (2010) Lahden kaupungin taso- ja korkeusjärjestelmien vaihtaminen EUREF-FIN ja N2000-järjestelmiin. Diplomityö. Aalto-yliopisto, maanmittaustieteiden laitos. Espoo. 84 s.

Häkli, P., Puupponen, J., Koivula, H. & Poutanen, M. (2009) Suomen geodeettiset koordinaatistot ja niiden väliset muunnokset. Geodeettisen laitoksen tiedote 30. Kirkkonummi: Geodeettinen laitos. 126 s. ISBN 978-951-711-273-4.

Kallio, U. (1998) Tasoituslasku. Helsinki: Otatieto. 166 s. ISBN 951-672-267-9.

Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen. (1999) Transformation von Koordinaten und Höhen in der Landesvermessung, Teil I: Theoretische Grundlagen. 80 s. Saatavissa: http://www.bezreg-koeln.nrw.de/brk_internet /organisation/abteilung07_produkte/raumbezug/bezugssystem_uebergaenge/trafo_1.pdf

Lantmäteriverket. (1996) Handbok till mätningskungörelsen. Gävle: Lantmäteriverket. 160 s. ISBN 91-7774-061-0.

Maanmittauslaitos. (2003) Kaavoitusmittausohjeet 2003. Helsinki: Maanmittauslaitos. 57 s. MML/1/012/2003.

Martikainen, M. & al. (2000) Numeerisen kartoituksen maastomittausohjeet. Otaniemi: Teknillinen korkeakoulu. 2. painos. 53 s. ISBN 951-22-5552-9.

Misra, P. & Enge, P. (2001) Global positioning system: signals, measurements, and performance. Lincoln (MA): Ganga-Jamuna Press. 390 s. ISBN 0-9709544-0-9.

Ollikainen, M., Koivula, H. & Poutanen M. (2002) EUREF-FIN-koordinaatisto ja EUREF-pistetihennykset Suomessa. Geodeettisen laitoksen tiedote 24. Kirkkonummi: Geodeettinen laitos. 32 s. ISBN 951-711-243-2.

Piirainen, T. (2009) Keravan kaupungin runkopisteverkon saneeraus. Insinöörityö. Metropolia ammattikorkeakoulu, maanmittaustekniikan koulutusohjelma. Espoo. 54 s.

Poutanen, M. (1998) GPS-paikanmääritys. URSAn julkaisuja, 0357-7937; [64]. Helsinki: Tähtitieteellinen yhdistys Ursa. 269 s. ISBN 951-9269-89-4.

Puupponen, J. (2007) Suomen geodeettiset koordinaatistot ja niiden väliset muunnokset. Diplomityö. Teknillinen korkeakoulu, maanmittaustekniikan osasto. Espoo. 81 s.

Tikka, M. (1986) Käytännön geodesia IV Mittausten suorittamien. Espoo: Otakustannus. 464 s. ISBN 951-672-000-5.

Väätäinen, A. (2010) Virtain kaupungin muunnosvaihtoehdot EUREF-FIN- ja N2000-järjestelmiin siirtymiseksi. Opinnäytetyö. Rovaniemen ammattikorkeakoulu, maanmittaustekniikka. Rovaniemi. 124 s.

UTM-projektion ominaisuudet.

UTM-projektiolla on seuraavat standardoidut ominaisuudet

- sovellusalue asteet välillä 80 eteläistä leveyttä ja 84 astetta pohjoista leveyttä
- 60 kappaletta 6 astetta levyisiä kaistoja, kaistatunnukset 1–60
- ensimmäinen kaista asteet 180–174 läntistä pituutta, josta seuraavat kaistat itään päin
- keskimeridiaanilla mittakaava on 0,9996
- oikeamittakaavaiset leikkausviivat noin 180 kilometriä keskimeridiaanin itä- ja länsipuolella
- keskimeridiaanilla itäkoordinaatti 500 000 metriä, jotta vältytään negatiivisilta arvoilta niin sanottu valeorigo
- päiväntasaajalla pohjoiskoordinaatti 0 pohjoisella pallonpuoliskolla ja 1 000 000 eteläisellä pallonpuoliskolla
- yksiselitteinen tunnus kaikilla kaistoilla
- napaluvun korjaus enintään 5 astetta
- mittakaavavirhe kaistojen sisällä vähemmän kuin 1:2500. (JHS154 2008, s. 7)

Asetus paikkatietoinfrastruktuurista (725/2009) mukaiset kunnan paikkatietoaineistot.

Kuntien aineistot ovat

- rakennusten ja kiinteistöjen osoitteet
- kiinteistörekisterin kiinteistöjaotus
- suojellut alueet ja kohteet
- rakennukset
- maankäyttö
- väestön terveys ja turvallisuus
- yleishyödylliset palvelut ja muut julkiset palvelut
- ympäristön tilan seurantaverkot ja -laitteet
- tuotanto- ja teollisuuslaitokset
- aluesuunnittelun, rajoitusten ja sääntelyn piiriin kuuluvat alueet ja raportointiyksiköt.

(725/2009)

Mittakaavan muutos ETRS-GK27<->ETRS-TM35FIN.

Gauss-Krüger- ja UTM-projektion välinen muunnos voidaan tehdä muuttamalla mittakaavaa seuraavilla kaavoilla:

$$N_{ETRS-TM35FIN} = N_{ETRS-GK27} * 0{,}9996$$

$$E_{ETRS-TM35FIN} = (E_{ETRS-GK27} - 500\,000) * 0{,}9996 + 500\,000$$

$$E_{ETRS-TM35FIN} = E_{ETRS-GK27} * 0{,}9996 + 200$$

ja sama toimenpide toiseen suuntaan:

$$N_{ETRS-GK27} = N_{ETRS-TM35FIN}/0{,}9996$$

$$E_{ETRS-GK27} = (E_{ETRS-TM35FIN} - 500\,000)/0{,}9996 + 500\,000$$

$$E_{ETRS-GK27} = E_{ETRS-TM35FIN}/0{,}9996 + 200$$

Kaavoissa 500 000 on itäkoordinaatin arvo keskimeridiaanilla. Käytettäessä edellä annettuja kaavoja tulee $E_{ETRS-GK27}$-koordinaatin edestä poistaa projektiokaistan tunnus. (JHS154 2008, s. 12)

Maanomistajille lähetetty kirje pisteiden rakentamisesta ja mittaamisesta omistamallaan kiinteistöllä.

sipoo
sibbo

Tiedote
Meddelande
7.5.2012

Mittaus- ja kiinteistöyksikkö
Mätnings- och fastighetsenheten

Arvoisa maanomistaja,

Tämä tiedote lähetetään niille maanomistajille, joiden omistamille kiinteistöille Sipoon kunta on rakentamassa uusia EUREF-koordinaattijärjestelmän mukaisia mittauspisteitä.

Pisteiden sijainnin valinta perustuu pisteiden keskinäiseen sijaintiin, rakennettavuuteen ja hyvään taivasnäkyvyyteen.

Sipoon kunta käynnistää toukokuussa 2012 koordinaatiston muutosprojektin maastotyöt, jonka yhteydessä rakennetaan Nikkilän ja Söderkullan ympäristöön noin 40 uutta mittauspistettä. Pisteet rakennetaan toukokuun alkupuolella. Pisteet rakennetaan kallioon tai maakiviin poraamalla reikä ja asentamalla metallitappi, josta jää näkyviin noin kaksi senttimetriä korkea metallikappale.

Pisteet pyritään rakentamaan siten, ettei pisteiden rakentamisesta aiheudu maanomistajalle vahinkoa. Mikäli vahinkoa kuitenkin aiheutuu, ollaan näiden pisteiden osalta yhteydessä maanomistajiin puhelimitse.

Pisteet näkyvöitetään tilapäisesti huomiomaalilla ja kuitunauhoilla. Pisteet toimivat jatkossa lähtöpisteinä muille mittauksille ja kunta toivoo, ettei pisteitä tarkoituksellisesti tuhota.

Pisteet mitataan 18.-.24.5.2012 välisenä aikana. Kullakin pisteellä mitataan kaksi kertaa. Yksi mittaus kestää kaksi tuntia.

Liitteenä kartta rakennettavan pisteen sijainnista kiinteistöllänne.

Tämän kirjeen lisäksi mittauksesta ei ilmoiteta erikseen maanomistajalle.

Projekti toteutetaan yhdessä Aalto-yliopiston kanssa.

Lisätietoja projektista antaa maanmittausinsinööri Anna-Leena Rintala, puh. 09 2353 6732

Ystävällisin terveisin

Mittaus- ja kiinteistöyksikkö
Sipoon kunta

16.5.12

Observation sheet for high precision GPS measurement campaigns

Campaign: SIPOO
Session: A
Observers: Kuusisto, Rintala

Site	Leica 1200 receivers (S/N, type)	Antennas (S/N, type)	Start time (UT) / date / DOY	End time (UT) / date / DOY	ALKU Antenna height (slope, vertical)	LOPPU Antenna height (radius, if slope)
1210	456220	05010143	12.47	14.48	125,8cm / 125,8cm	125,9 / 125,8

```
                 /        ________        \
          /                 +                 \
/                           +                    \
+--------------------------------------------------+
+--------------------------------------------------+ <------ mittaa tähän
            \ ---------+  +x+  +---------/
                       =========
                       =========                    <--  0.000  ARP=BPA
```

GrafNet-aineiston vapaan verkon tasoituksen tunnusluvut.

Koordinaattien keskimääräinen tarkkuus ja homogeenisuus [mm]				
		max	min	
E	± 2,1	3,8	1,2	
N	± 2,0	3,3	1,2	
H	± 2,4	4,1	1,4	
Pistevirhe	± 3,7	6,5	2,2	
Havaintovektorien tunnusluvut				
	mX	mY	mZ	mXYZ
Tasoitettu keskivirhe [mm]	± 2,4	± 2,7	± 5,7	± 6,8
Arvioitu varianssikomponentti	0,6	0,6	1,1 *	0,7
Suurin jäännösvirhe [mm]	7,1	8,4	20,8	21,0
Suurin standardoitu jäännösvirhe	1,78	1,81	3,13*	2,06*
Suhteellinen tarkkuus [ppm]				
	k.arvo	huonoin	paras	
X	0,7	2,4	0,3	
Y	0,7	2,5	0,2	
Z	0,8	2,9	0,3	
Pistevirhe	1,2	4,5	0,5	

GrafNet-aineiston kytketyn verkon tasoituksen tunnusluvut.

Koordinaattien keskimääräinen tarkkuus ja homogeenisuus [mm]				
		max	min	
E	± 2,4	3,4	1,8	
N	± 2,3	3,1	1,8	
H	± 2,5	3,7	2,0	
Pistevirhe	± 4,2	5,9	3,2	
Havaintovektorien tunnusluvut				
	mX	mY	mZ	mXYZ
Tasoitettu keskivirhe [mm]	± 3,9	± 2,7	± 5,2	± 7,1
Arvioitu varianssikomponentti	0,80	0,61	0,93	0,75
Suurin jäännösvirhe [mm]	11,5	9,5	21,0	22,2
Suurin standardoitu jäännösvirhe	2,17*	1,83	3,29*	2,13*
Koordinaattihavaintojen tunnusluvut				
	mX	mY	mZ	
Tasoitettu keskivirhe [mm]	± 5,8	± 4,0	± 5,3	
Arvioitu varianssikomponentti	1,37 **	0,92	1,27 **	
Suurin jäännösvirhe [mm]	9,4	8,0	10,4	
Suurin standardoitu jäännösvirhe	2,48*	2,03*	2,41*	
Suhteellinen tarkkuus [ppm]				
	k.arvo	huonoin	paras	
X	0,7	2,8	0,2	
Y	0,6	2,4	0,2	
Z	0,8	3,0	0,2	
Pistevirhe	1,2	4,7	0,4	

Uusien peruspisteiden geodeettiset koordinaatit ja ellipsoidikorkeus.

Piste	P [deg]			L [deg]			h
EN1201	60	24	24,75178	25	14	57,47137	77,919
EN1202	60	24	13,64670	25	17	30,40942	51,761
EN1203	60	23	47,42164	25	12	49,42804	43,361
EN1204	60	23	40,22646	25	16	33,87532	66,713
EN1205	60	23	23,05335	25	17	58,02297	53,903
EN1206	60	23	20,80349	25	16	3,96209	46,391
EN1207	60	23	15,29156	25	13	23,45902	52,799
EN1208	60	22	45,81761	25	15	39,72269	53,492
EN1209	60	22	47,08005	25	17	47,26688	64,387
EN1210	60	22	30,32755	25	14	19,94186	87,119
EN1211	60	22	7,52285	25	19	25,32926	49,596
EN1212	60	21	57,50568	25	12	43,84555	50,415
EN1213	60	21	57,37856	25	15	20,37457	33,190
EN1214	60	21	46,21555	25	14	0,73945	49,585
EN1215	60	21	47,72615	25	17	50,98525	41,497
EN1216	60	21	14,24234	25	15	15,12585	80,970
ES1217	60	19	43,36010	25	20	2,58784	65,248
ES1218	60	19	32,72171	25	22	25,28655	36,697
ES1219	60	19	11,60652	25	18	39,32893	68,286
ES1220	60	19	5,80467	25	16	58,07045	60,222
ES1221	60	19	7,94186	25	20	38,54796	56,719
ES1222	60	18	47,24819	25	15	53,85065	42,124
ES1223	60	18	38,18539	25	21	24,45833	34,921
ES1224	60	18	23,27709	25	18	25,16928	73,397
ES1225	60	18	18,01195	25	16	54,89677	65,859
ES1226	60	18	9,32525	25	15	27,05181	64,626
ES1227	60	18	9,70375	25	20	3,01953	59,718
ES1228	60	18	4,73101	25	23	7,66993	35,667
ES1229	60	17	43,72415	25	17	9,71908	41,909
ES1230	60	17	27,94520	25	21	42,07967	29,245
ES1231	60	17	15,68020	25	16	29,42603	71,338
ES1232	60	17	16,54718	25	18	26,55619	58,994
ES1233	60	17	16,34468	25	19	44,38290	49,397
ES1234	60	16	49,57685	25	22	28,61260	23,437
ES1235	60	16	21,93917	25	19	21,21082	54,112
ES1236	60	16	12,83717	25	21	34,55246	30,586

ETRS-TM35FIN-koordinaatiston mukaiset tasokoordinaatit, ellipsoidikorkeus ja muunnetut N60- ja N2000-korkeudet uusille peruspisteille.

Pno	E_ETRS-TM35FIN	N_ETRS-TM35FIN	h_ellip	H_N60	H_N2000
EN1201	403559,109	6698006,740	77,919	60,328	60,567
EN1202	405890,090	6697601,822	51,761	34,239	34,477
EN1203	401568,810	6696904,727	43,361	25,726	25,962
EN1204	404998,006	6696590,663	66,713	49,174	49,411
EN1205	406272,214	6696026,019	53,903	36,404	36,641
EN1206	404524,376	6696001,918	46,391	28,843	29,080
EN1207	402062,826	6695896,868	52,799	35,186	35,422
EN1208	404124,761	6694929,580	53,492	35,942	36,179
EN1209	406078,794	6694917,608	64,387	46,892	47,127
EN1210	402890,319	6694482,923	87,119	69,539	69,776
EN1211	407549,247	6693655,573	49,596	32,155	32,387
EN1212	401391,125	6693507,391	50,415	32,805	33,042
EN1213	403788,832	6693439,196	33,190	15,643	15,880
EN1214	402559,671	6693126,424	49,585	32,008	32,245
EN1215	406088,299	6693080,305	41,497	24,017	24,253
EN1216	403673,084	6692107,129	80,970	63,431	63,669
ES1217	408007,257	6689182,082	65,248	47,856	48,092
ES1218	410187,655	6688798,382	36,697	19,376	19,610
ES1219	406705,195	6688232,431	68,286	50,864	51,103
ES1220	405147,162	6688093,108	60,222	42,759	42,999
ES1221	408531,245	6688072,685	56,719	39,353	39,589
ES1222	404146,850	6687544,956	42,124	24,639	24,879
ES1223	409212,628	6687134,681	34,921	17,584	17,821
ES1224	406449,594	6686743,170	73,397	55,983	56,223
ES1225	405059,955	6686616,155	65,859	48,408	48,648
ES1226	403704,663	6686382,857	64,626	47,141	47,381
ES1227	407940,687	6686285,095	59,718	42,351	42,591
ES1228	410771,092	6686060,789	35,667	18,388	18,625
ES1229	405259,874	6685549,718	41,909	24,474	24,714
ES1230	409429,053	6684955,391	29,245	11,934	12,173
ES1231	404618,608	6684698,457	71,338	53,894	54,134
ES1232	406417,901	6684678,666	58,994	41,599	41,840
ES1233	407612,819	6684641,927	49,397	32,036	32,277
ES1234	410114,287	6683750,960	23,437	6,158	6,396
ES1235	407214,198	6682968,194	54,112	36,756	36,997
ES1236	409255,699	6682635,146	30,586	13,291	13,531

ETRS-GK24-koordinaatiston mukaiset tasokoordinaatit, ellipsoidikorkeus ja muunnetut N60- ja N2000-korkeudet uusille peruspisteille.

Pno	E_ETRS-GK24	N_ETRS-GK24	h_ellip	H_N60	H_N2000
EN1201	24568850,252	6700057,893	77,919	60,328	60,567
EN1202	24571198,066	6699759,387	51,761	34,239	34,477
EN1203	24566911,514	6698866,029	43,361	25,726	25,962
EN1204	24570352,630	6698708,305	66,713	49,174	49,411
EN1205	24571651,673	6698202,057	53,903	36,404	36,641
EN1206	24569906,129	6698098,402	46,391	28,843	29,080
EN1207	24567451,067	6697881,365	52,799	35,186	35,422
EN1208	24569555,604	6697008,611	53,492	35,942	36,179
EN1209	24571508,843	6697085,596	64,387	46,892	47,127
EN1210	24568342,348	6696506,073	87,119	69,539	69,776
EN1211	24573035,744	6695891,349	49,596	32,155	32,387
EN1212	24566888,602	6695462,984	50,415	32,805	33,042
EN1213	24569287,746	6695503,965	33,190	15,643	15,880
EN1214	24568073,671	6695135,467	49,585	32,008	32,245
EN1215	24571601,970	6695249,978	41,497	24,017	24,253
EN1216	24569232,702	6694167,550	80,970	63,431	63,669
ES1217	24573697,021	6691441,715	65,248	47,856	48,092
ES1218	24575893,420	6691157,474	36,697	19,376	19,610
ES1219	24572439,042	6690433,467	68,286	50,864	51,103
ES1220	24570888,408	6690223,359	60,222	42,759	42,999
ES1221	24574271,129	6690356,902	56,719	39,353	39,589
ES1222	24569913,717	6689630,076	42,124	24,639	24,879
ES1223	24574994,728	6689450,523	34,921	17,584	17,821
ES1224	24572251,361	6688933,587	73,397	55,983	56,223
ES1225	24570868,446	6688743,448	65,859	48,408	48,648
ES1226	24569524,696	6688448,663	64,626	47,141	47,381
ES1227	24573762,285	6688543,647	59,718	42,351	42,591
ES1228	24576601,007	6688448,234	35,667	18,388	18,625
ES1229	24571116,735	6687686,833	41,909	24,474	24,714
ES1230	24575310,136	6687282,528	29,245	11,934	12,173
ES1231	24570514,623	6686806,988	71,338	53,894	54,134
ES1232	24572313,591	6686869,042	58,994	41,599	41,840
ES1233	24573509,373	6686886,671	49,397	32,036	32,277
ES1234	24576049,691	6686110,060	23,437	6,158	6,396
ES1235	24573187,135	6685195,938	54,112	36,756	36,997
ES1236	24575242,413	6684955,944	30,586	13,291	13,531

ETRS-GK25 -koordinaatiston mukaiset tasokoordinaatit, ellipsoidikorkeus ja muunnetut N60- ja N2000-korkeudet uusille peruspisteille.

Pno	E_ETRS-GK25	N_ETRS-GK25	h_ellip	H_N60	H_N2000
EN1201	25513739,617	6699431,144	77,919	60,328	60,567
EN1202	25516082,497	6699097,060	51,761	34,239	34,477
EN1203	25511783,122	6698268,902	43,361	25,726	25,962
EN1204	25515221,258	6698058,989	66,713	49,174	49,411
EN1205	25516512,394	6697533,117	53,903	36,404	36,641
EN1206	25514765,579	6697455,967	46,391	28,843	29,080
EN1207	25512307,643	6697276,217	52,799	35,186	35,422
EN1208	25514398,580	6696371,681	53,492	35,942	36,179
EN1209	25516352,648	6696419,018	64,387	46,892	47,127
EN1210	25513177,907	6695887,636	87,119	69,539	69,776
EN1211	25517861,164	6695201,817	49,596	32,155	32,387
EN1212	25511708,583	6694866,777	50,415	32,805	33,042
EN1213	25514107,941	6694871,357	33,190	15,643	15,880
EN1214	25512888,484	6694521,339	49,585	32,008	32,245
EN1215	25516417,912	6694582,308	41,497	24,017	24,253
EN1216	25514032,635	6693536,006	80,970	63,431	63,669
ES1217	25518454,835	6690742,940	65,248	47,856	48,092
ES1218	25520646,531	6690425,444	36,697	19,376	19,610
ES1219	25517181,789	6689753,945	68,286	50,864	51,103
ES1220	25515628,240	6689567,386	60,222	42,759	42,999
ES1221	25519012,392	6689649,615	56,719	39,353	39,589
ES1222	25514644,723	6688988,984	42,124	24,639	24,879
ES1223	25519722,119	6688732,426	34,921	17,584	17,821
ES1224	25516971,401	6688257,174	73,397	55,983	56,223
ES1225	25515585,844	6688088,034	65,859	48,408	48,648
ES1226	25514237,857	6687813,672	64,626	47,141	47,381
ES1227	25518476,147	6687844,396	59,718	42,351	42,591
ES1228	25521312,913	6687705,966	35,667	18,388	18,625
ES1229	25515818,072	6687027,839	41,909	24,474	24,714
ES1230	25520004,603	6686560,039	29,245	11,934	12,173
ES1231	25515202,728	6686157,274	71,338	53,894	54,134
ES1232	25517002,323	6686192,048	58,994	41,599	41,840
ES1233	25518198,161	6686191,548	49,397	32,036	32,277
ES1234	25520726,254	6685376,572	23,437	6,158	6,396
ES1235	25517850,354	6684505,998	54,112	36,756	36,997
ES1236	25519901,629	6684234,898	30,586	13,291	13,531

KKJ2-koordinaatiston mukaiset tasokoordinaatit uusille peruspisteille.

Pno	N_KKJ2	E_KKJ2
EN1201	6700197,746	2569028,400
EN1202	6699899,220	2571376,221
EN1203	6699005,888	2567089,643
EN1204	6698848,138	2570530,771
EN1205	6698341,877	2571829,815
EN1206	6698238,235	2570084,263
EN1207	6698021,214	2567629,189
EN1208	6697148,440	2569733,726
EN1209	6697225,410	2571686,973
EN1210	6696645,907	2568520,460
EN1211	6696031,146	2573213,869
EN1212	6695602,827	2567066,702
EN1213	6695643,790	2569465,855
EN1214	6695275,300	2568251,774
EN1215	6695389,784	2571780,086
EN1216	6694307,373	2569410,803
ES1217	6691581,498	2573875,121
ES1218	6691297,239	2576071,527
ES1219	6690573,257	2572617,131
ES1220	6690363,161	2571066,490
ES1221	6690496,679	2574449,225
ES1222	6689769,884	2570091,793
ES1223	6689590,291	2575172,822
ES1224	6689073,376	2572429,441
ES1225	6688883,247	2571046,520
ES1226	6688588,471	2569702,763
ES1227	6688683,423	2573940,368
ES1228	6688587,989	2576779,100
ES1229	6687826,627	2571294,803
ES1230	6687422,290	2575488,217
ES1231	6686946,786	2570692,684
ES1232	6687008,825	2572491,659
ES1233	6687026,446	2573687,445
ES1234	6686249,814	2576227,768
ES1235	6685335,711	2573365,196
ES1236	6685095,701	2575420,480

Sipoon kunnan KKJ2->GK24 neliparametrisen muunnoksen jäännösvirheet ja muunnoksen tunnusluvut.

	Rekisteri koordinaatit		Muunnetut koordinaatit		Jäännösvirheet		Pistevirhe
Pno	N_GK24	E_GK24	N_GK24	E_GK24	vN	vE	mP
00G0032	6704992,061	24566916,987	6704992,061	24566916,969	0,000	0,018	0,018
00G0034	6688649,591	24582424,252	6688649,513	24582424,249	0,078	0,003	0,078
06M1101	6678241,356	24564404,453	6678241,385	24564404,453	-0,029	0,000	0,029
06M1105	6687894,476	24566330,899	6687894,492	24566330,904	-0,016	-0,005	0,017
06M1106	6693769,948	24580713,675	6693769,932	24580713,674	0,016	0,001	0,016
06M6900A	6699550,099	24562174,827	6699550,091	24562174,807	0,008	0,020	0,022
09M3913	6704695,794	24561886,917	6704695,775	24561886,889	0,019	0,028	0,034
09M3915	6712231,099	24569769,898	6712231,099	24569769,895	0,000	0,003	0,003
25M0220	6686447,094	24563812,773	6686447,131	24563812,775	-0,037	-0,002	0,037
26M0212	6681476,021	24564523,457	6681476,040	24564523,449	-0,019	0,008	0,021
69M0636	6690420,626	24570620,375	6690420,616	24570620,395	0,010	-0,020	0,022
70M0768	6668583,775	24567972,976	6668583,824	24567972,975	-0,049	0,001	0,049
821178	6697279,303	24576380,310	6697279,303	24576380,309	0,000	0,001	0,001
86M1085A	6692339,661	24568549,255	6692339,691	24568549,263	-0,030	-0,008	0,031
86M1087A	6685627,659	24569336,051	6685627,671	24569336,052	-0,012	-0,001	0,012
87M8702B	6697098,188	24565198,945	6697098,208	24565198,935	-0,020	0,010	0,023
89M2403A	6683622,996	24567285,181	6683623,009	24567285,173	-0,013	0,008	0,015
89M2406A	6687897,439	24573724,313	6687897,433	24573724,322	0,006	-0,009	0,011
90M2571	6667730,873	24576927,310	6667730,860	24576927,352	0,013	-0,042	0,044
90M2611	6683082,635	24577076,626	6683082,636	24577076,614	-0,001	0,012	0,012
90M5306A	6673619,481	24565800,577	6673619,514	24565800,582	-0,033	-0,005	0,033
90M5308	6678487,152	24568994,203	6678487,169	24568994,193	-0,017	0,010	0,020
90M5310	6674755,124	24572715,561	6674755,136	24572715,572	-0,012	-0,011	0,016
90M5312	6677955,572	24575326,482	6677955,571	24575326,489	0,001	-0,007	0,007
90M5313	6676338,921	24578087,775	6676338,924	24578087,787	-0,003	-0,012	0,013
90M5314	6677305,397	24582445,785	6677305,367	24582445,795	0,030	-0,010	0,032
90M5317	6680755,934	24580534,307	6680755,900	24580534,307	0,034	0,000	0,034
90M5320	6670244,977	24569118,019	6670244,997	24569118,028	-0,020	-0,009	0,022
90M5321	6672625,631	24577909,579	6672625,622	24577909,602	0,009	-0,023	0,025
90M5324	6680760,733	24576018,864	6680760,736	24576018,870	-0,003	-0,006	0,006
90M5325	6701926,034	24569247,030	6701926,036	24569247,017	-0,002	0,013	0,013
90M5328	6697988,965	24572949,625	6697988,984	24572949,619	-0,019	0,006	0,020
90M5329	6698216,854	24569119,502	6698216,858	24569119,485	-0,004	0,017	0,018
90M9180	6689412,014	24560208,380	6689412,012	24560208,398	0,002	-0,018	0,018
90M9181	6691080,192	24563166,750	6691080,198	24563166,752	-0,006	-0,002	0,006
92M3163	6703729,505	24575641,095	6703729,481	24575641,091	0,024	0,004	0,025
92M5540	6700739,880	24575865,840	6700739,873	24575865,844	0,007	-0,004	0,008
93M5533A	6680305,735	24588279,976	6680305,664	24588279,991	0,071	-0,015	0,073
93M5819	6696230,210	24558292,436	6696230,182	24558292,424	0,029	0,012	0,031
93M9312E	6711146,932	24562493,086	6711146,942	24562493,067	-0,010	0,019	0,021
EN1203	6698866,029	24566911,514	6698866,031	24566911,497	-0,002	0,017	0,017
				vv	**0,025**	**0,007**	
				Sigma vv	**0,032**		
				n-u	**78**		
				m0 ±	**0,020**	**m**	

Sipoon kunnan GK24->KKJ2 neliparametrisen muunnoksen jäännösvirheet ja muunnoksen tunnusluvut.

	Rekisteri koordinaatit		Muunnetut koordinaatit		Jäännösvirheet		Pistevirhe
Pno	N_KKJ2	E_KKJ2	N_KKJ2	E_KKJ2	vN	vE	mP
00G0032	6705131,980	2567095,146	6705131,980	2567095,164	0,000	-0,017	0,018
00G0034	6688789,242	2582602,388	6688789,320	2582602,391	-0,078	-0,003	0,078
06M1101	6678381,189	2564582,430	6678381,160	2564582,430	0,029	0,000	0,029
06M1105	6688034,330	2566508,958	6688034,314	2566508,953	0,016	0,005	0,017
06M1106	6693909,699	2580891,841	6693909,715	2580891,842	-0,016	-0,001	0,016
06M6900A	6699690,016	2562352,922	6699690,024	2562352,942	-0,008	-0,020	0,021
09M3913	6704835,727	2562065,039	6704835,746	2562065,067	-0,019	-0,028	0,034
09M3915	6712371,034	2569948,136	6712371,034	2569948,139	0,000	-0,003	0,003
25M0220	6686586,979	2563990,807	6686586,942	2563990,805	0,037	0,002	0,037
26M0212	6681615,859	2564701,449	6681615,840	2564701,457	0,019	-0,008	0,021
69M0636	6690560,437	2570798,488	6690560,447	2570798,468	-0,010	0,020	0,022
70M0768	6668723,555	2568150,902	6668723,506	2568150,903	0,049	-0,001	0,049
821178	6697419,117	2576558,479	6697419,117	2576558,480	0,000	-0,001	0,001
86M1085A	6692479,536	2568727,359	6692479,506	2568727,351	0,030	0,008	0,031
86M1087A	6685767,477	2569514,105	6685767,465	2569514,104	0,012	0,001	0,012
87M8702B	6697238,100	2565377,048	6697238,080	2565377,058	0,020	-0,010	0,023
89M2403A	6683762,819	2567463,202	6683762,806	2567463,210	0,013	-0,008	0,015
89M2406A	6688037,219	2573902,413	6688037,225	2573902,404	-0,006	0,009	0,011
90M2571	6667870,524	2577105,318	6667870,537	2577105,276	-0,013	0,042	0,044
90M2611	6683222,375	2577254,688	6683222,374	2577254,700	0,001	-0,012	0,012
90M5306A	6673759,285	2565978,534	6673759,252	2565978,529	0,033	0,005	0,033
90M5308	6678626,942	2569172,195	6678626,925	2569172,205	0,017	-0,010	0,020
90M5310	6674894,864	2572893,566	6674894,852	2572893,555	0,012	0,011	0,016
90M5312	6678095,297	2575504,518	6678095,298	2575504,511	-0,001	0,007	0,007
90M5313	6676478,623	2578265,819	6676478,620	2578265,807	0,003	0,012	0,013
90M5314	6677445,040	2582623,855	6677445,070	2582623,845	-0,030	0,010	0,032
90M5317	6680895,603	2580712,382	6680895,637	2580712,382	-0,034	0,000	0,034
90M5320	6670384,728	2569295,973	6670384,708	2569295,964	0,020	0,009	0,022
90M5321	6672765,304	2578087,607	6672765,313	2578087,584	-0,009	0,023	0,025
90M5324	6680900,471	2576196,922	6680900,468	2576196,916	0,003	0,006	0,006
90M5325	6702065,923	2569425,184	6702065,921	2569425,197	0,002	-0,013	0,013
90M5328	6698128,826	2573127,777	6698128,807	2573127,783	0,019	-0,006	0,020
90M5329	6698356,728	2569297,625	6698356,724	2569297,642	0,004	-0,017	0,018
90M9180	6689551,900	2560386,432	6689551,902	2560386,414	-0,002	0,018	0,018
90M9181	6691220,074	2563344,813	6691220,068	2563344,811	0,006	0,002	0,006
92M3163	6703869,332	2575819,302	6703869,356	2575819,306	-0,024	-0,004	0,025
92M5540	6700879,708	2576044,035	6700879,715	2576044,031	-0,007	0,004	0,008
93M5533A	6680445,311	2588458,101	6680445,382	2588458,086	-0,071	0,015	0,073
93M5819	6696370,117	2558470,497	6696370,145	2558470,509	-0,028	-0,012	0,031
93M9312E	6711286,922	2562671,265	6711286,912	2562671,284	0,010	-0,018	0,021
EN1203	6699005,919	2567089,631	6699005,917	2567089,648	0,002	-0,017	0,017
				vv	**0,025**	**0,007**	
				Sigma vv	**0,032**		
				n-u	**78**		
				m0 ±	**0,020**	**m**	

Koko kunnan GK24-> KKJ2 neliparametrisen muunnoksen jäännösvirheet [m]. Vihreät vektorit kuvaavat muunnospisteiden jäännösvirheitä ja siniset kontrollipisteiden jäännösvirheitä.